

گرمایش کوانتومی

Quantum Thermalization

گروه فیزیک گرانش نظریه میدان‌ها و ذرات

کارگاه گرانش کوانتومی
شهریور ۱۴۰۴



How do isolated quantum many body systems come to
thermal equilibrium?

تعادل گرمایی

سامانه کوانتومی منفردی که هیچ گونه تبادل انرژی و ماده ای با محیط اطراف ندارد و دارای $N > 1$ درجه آزادی است، در نظر بگیرید.

معنای رسیدن به تعادل گرمایی یا گرمایش برای این سامانه چیست؟

تعادل گرمایی

$$\hat{H}|n\rangle = E_n|n\rangle \quad (۱)$$

$$\hat{\rho} = \begin{cases} |\psi\rangle\langle\psi| & \text{mixed state} \\ \sum_i \rho_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i| & \text{pure state} \end{cases} \quad (۲)$$

$$\text{Tr}(\rho) = 1 \quad \rho = \rho^\dagger \quad (۳)$$

تعادل گرمایی

بررسی تحول زمانی یک مشاهده پذیر این سامانه کوانتومی تحت عملگر تحول زمانی که یک عملگر یکانی است.

$$\hat{\rho}(t) = U^\dagger(t) \hat{\rho}(0) U(t) \quad (۴)$$

$$\langle \hat{O}(t) \rangle_H = Tr(\hat{\rho}(t) \hat{O}) = Tr(\hat{\rho} \hat{O}(t)) \quad (۵)$$

تعادل گرمایی

فرضیه ارگودیک

سمت راست رابطه (۷) میانگین مشاهده پذیر روی یک آنسامبل کانونیک است.

$$\hat{\rho}_{th} = \frac{e^{-\beta \hat{H}}}{Tr(e^{-\beta \hat{H}})} \quad (۸)$$

با محاسبه سمت چپ این معادله داریم.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t dt' \langle \hat{O}(t') \rangle_H = \sum_{m,n} \langle m | \hat{\rho} | n \rangle \langle n | \hat{O} | m \rangle I_{mn} \quad (۹)$$

تعادل گرمایی

که در آن I_{mn} به صورت زیر است.

$$I_{mn} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t dt' e^{(-\frac{i}{\hbar}(E_m - E_n)t')} = \delta_{mn} \quad (10)$$

و در نهایت داریم:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t dt' \langle \hat{O}(t') \rangle_H = \sum_n \rho_n O_{nn} \quad (11)$$

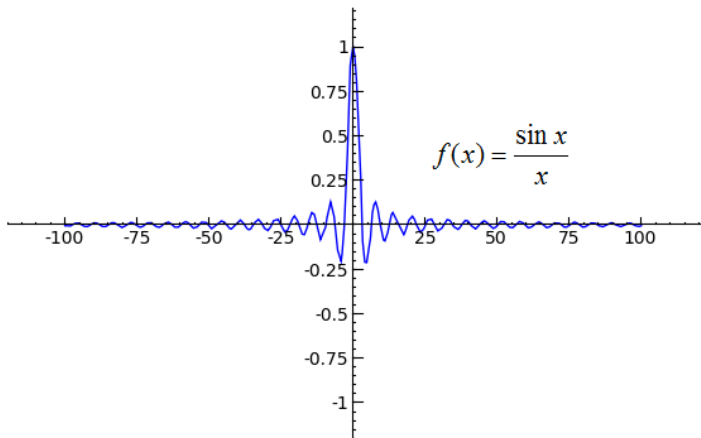
اما...!

$$\omega_{mn} = E_m - E_n, \quad \hbar = 1 \quad (12)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t dt' \operatorname{Re} \left(e^{(-i\omega_{mn}t')} \right) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t dt' \cos(\omega_{mn}t') \quad (13)$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sin(\omega_{mn}t)}{\omega_{mn}t} \quad (14)$$

تعادل گرمایی



در نتیجه می‌توان قسمت میانگین زمانی معادله (۷) را به این صورت نوشت

$$\overline{\langle \hat{O} \rangle} = \sum_n \rho_n O_{nn} + \epsilon(t) \quad (15)$$

که در آن $\epsilon(t)$ افت و خیزهای کوچکی در طی زمان هستند.

تبادل گرمایی

- مقدار چشمداشتی مستقل از زمان می شود.
- چون تحول یکنی بوده است، بازیابی حالت اولیه باید ممکن باشد در حالی که سیستم رفتار مستقل از زمان دارد.
- شرط به تبادل گرمایی این سامانه چیست
- چطور سامانه ای که منفرد است همانند سامانه ای که در یک حمام گرمایی است رفتار می کند.

آشوب کوانتومی

با مقایسه رفتار یک سامانه کلاسیک و بررسی فرضیه ارگودیک در این سامانه، متوجه می‌شویم در سامانه‌هایی که رفتار آشوبناک دارند فرضیه ارگودیک برقرار است.

با استفاده از معادل کلاسیک، ادعا می‌کنیم که شرط رسیدن یک سامانه کوانتومی به حالت تعادل گرمایی این است که رفتار این سامانه آشوبناک باشد.

آشوب کوانتومی

چطور بفهمیم که یک سامانه کوانتومی رفتار آشوبناک دارد؟

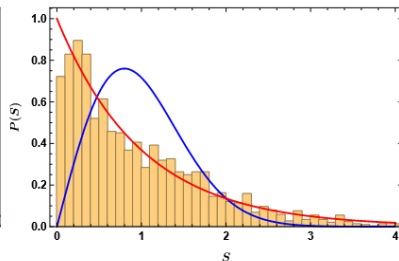
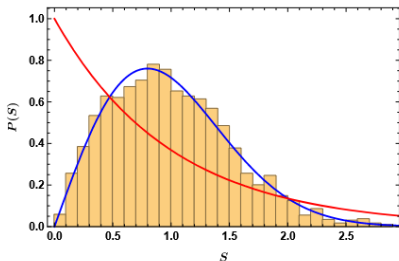
۱. OTOC (Out of time order correlators)

۲. Krylov Complexity

۳. Level spacing Distribution

آشوب کوانتومی

توزیع فاصله طیفی



آشوب کوانتومی

توزیع فاصله طیفی

$$P(S) = \begin{cases} e^{-S} & Poisson \\ AS^{\delta} e^{-BS^2} & \delta = 1, 2, 4 \quad Wigner - Dyson \end{cases} \quad (۱۶)$$