

همبستگی های کوانتومی در نوسان نوترینو

MOHAMMAD MAHDI ETTEFAGHI

DEPARTMENT OF PHYSICS, UNIVERSITY OF QOM (بهمن ۰۱)

سیزدهمین کنفرانس فیزیک ذرات بنیادی و نظریه میدانها

دانشگاه فردوسی مشهد

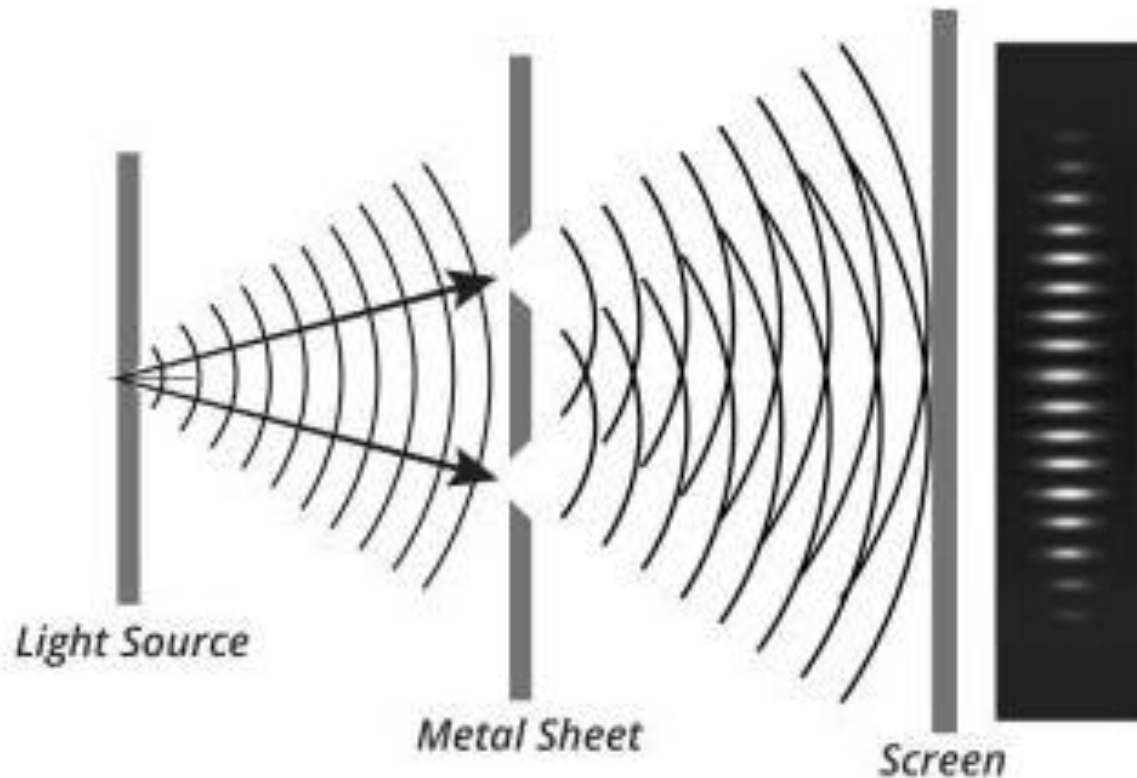
۱۴۰۱

- ❖ نوسان نوترینو و تداخل کوانتومی
- ❖ فرمول بندی مناسب برای توضیح نوسان نوترینو
- ❖ نوسان نوترینو و نقض نامساوی لگت-گارج
- ❖ نوسان نوترینو و همدوسی کوانتومی
- ❖ مطالعه اثرات واهمدوس کننده بر روی همدوسی کوانتومی در نوسان نوترینو

نوسان نوترینو و تداخل کوانتومی

آزمایش های نوسان نوترینو در واقع آزمایش دوشکافی یانگ بزرگ مقیاس هستند.

آزمایش دوشکافی توسط یانگ در سال ۱۸۰۱ برای نشان دادن خواص موجی نور مطرح شد.



□ فاصله روزنه ها باید از طول همدوسی عرضی موج فرودی کوچکتر باشد. این بدان معنی است که نباید مشخص شود که هر فوتون از کدام روزنه عبور می کند.

□ چشمه ی همه ی فوتون ها باید یکسان باشد.

□ طرح تداخل به شدت تابش فوتون ها وابسته نیست.

□ فریزهای روشن با رابطه ی زیر داده می شود:

$$y = n \frac{\lambda D}{d}$$

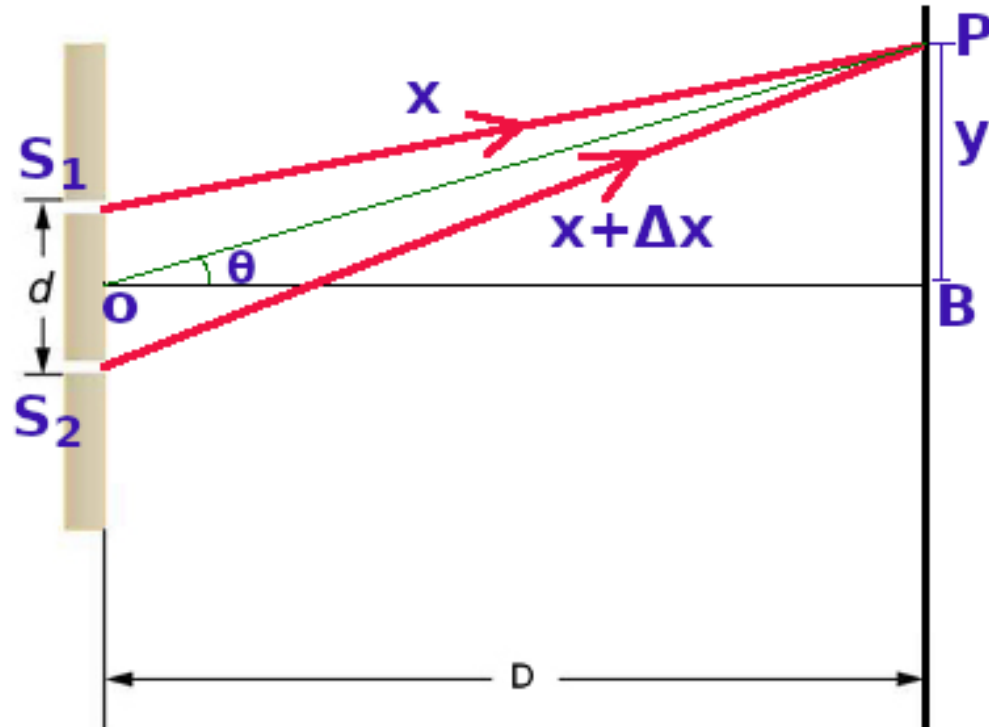
□ برای این که طرح تداخل دیده شود لازم است فاصله بین دو شکاف از طول همدوسی عرضی کوچک تر باشد:

$$d < \frac{D' \lambda}{\Delta W}$$

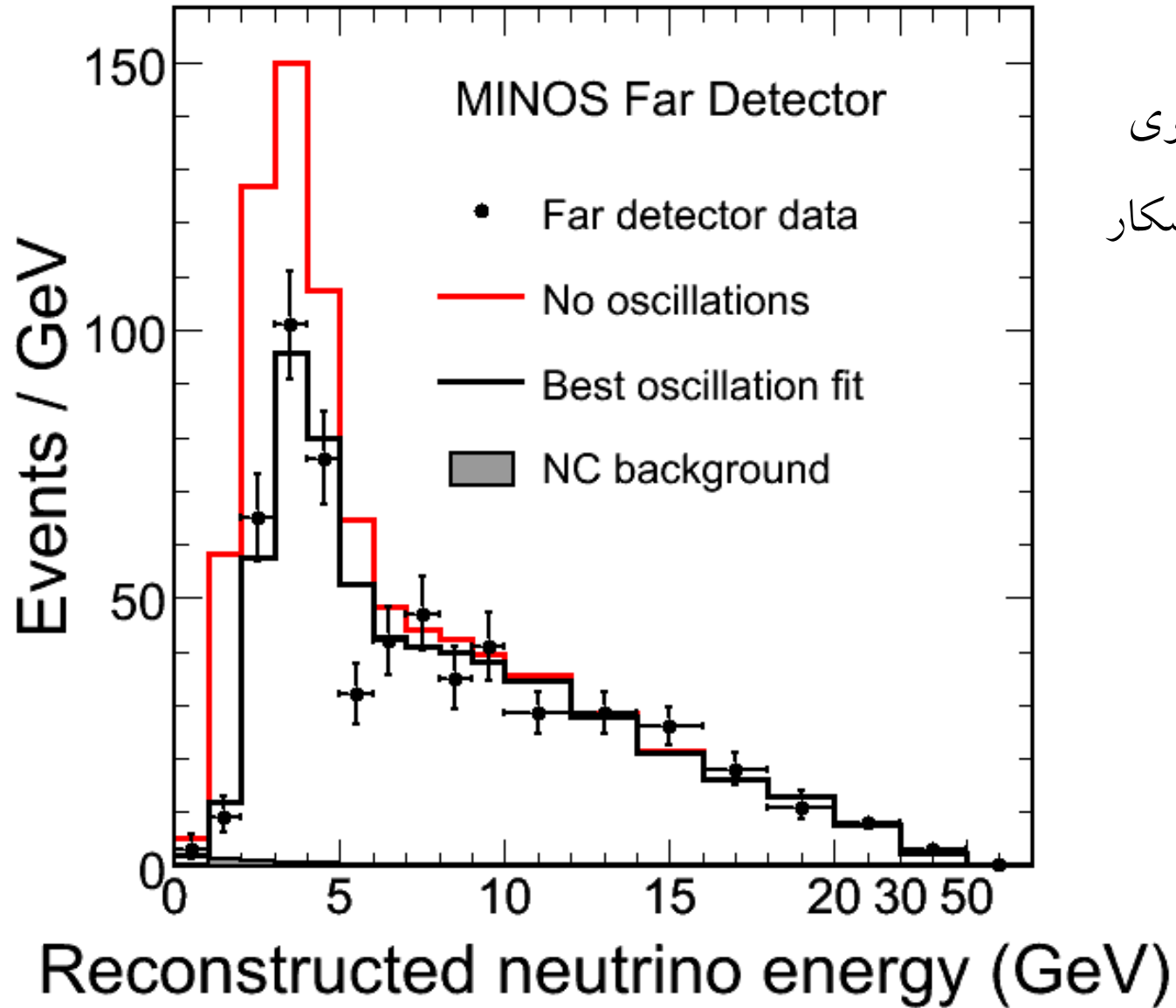
در این جا D' فاصله چشمه نور تا پرده دو شکاف و ΔW پهناي چشمه نور است.

□ از دیدگاه مکانیک کوانتومی این پدیده را می توانیم با رابطه روبرو توضیح دهیم:

$$P = \left| \langle O|a\rangle t_a \langle a|\psi\rangle + \langle O|b\rangle t_b \langle b|\psi\rangle \right|^2,$$



برای نمونه آزمایش MINOS



□ نوترینوهای میونی در Fermilab تولید و همان نوترینوی میونی در آشکارسازی واقع در شمال Minnesota آشکار می شود.

□ فاصله چشمه تا آشکار ساز ۷۳۵ کیلو متر است.

□ طیف انرژی نوترینوها مشخص است.

نتیجه آزمایش نشان می دهد در انرژی حدود 4GeV

نوترینوهای میونی تداخل غیر سازنده دارند و تعدادی

از آنها ناپدید می شود.

□ در آزمایش MINOS پارامترهای نوسان نوترینو موثر در نوسان نوترینوهای اتمسفری اندازه گیری می شود:

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) = 1 - \sin^2(2\theta) \sin^2 \left(\frac{1.27 \Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{km}]}{E [\text{GeV}]} \right)$$

در واقع چون فاصله آشکارساز معلوم و ثابت است، الگوی نوسان برحسب انرژی داده شده است.

حال سوالی که پیش می آید این است که منظور از تداخل نوترینوها چیست؟ علت ایجاد اختلاف فاز در تداخل چیست؟

□ بنابر نسبت خاص، این که نوترینو در حین انتشار به صورت نوسانی تغییر طعم می دهند دلالت بر این دارد که جرم نوترینوها غیر صفر است.

□ عدم قطعیت های ذاتی انرژی و تکانه، اجازه تعیین جرم نوترینو را به دقتی بیشتر از عدم قطعیت زیر نمی دهد:

$$\sigma_{m^2} = [(2E\sigma_E)^2 + (2p\sigma_p)^2]^{1/2}$$

به علت جایگزیده بودن فرایندهای تولید و آشکارسازی، عدم قطعیت های انرژی و تکانه اجتناب ناپذیر است.

□ در صورتی که جرم نوترینوها از عدم قطعیت فوق کوچک تر باشد، کت حالت نوترینوهای تولید و آشکار شده به

صورت زیر خواهد بود:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle,$$

□ با فراموش کردن جزئیات جایگزیدگی، کت تحول یافته را می توان به صورت زیر نوشت:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* e^{i\phi_i(x,t)} |\nu_i\rangle$$

□ به طور مشابه کت حالت نوترینوی آشکار شده را می توان به صورت زیر نوشت:

$$|\nu_\beta\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\beta i}^* |\nu_i\rangle$$

□ دامنه ی آشکار سازی نوترینویی با طعم غیر از طعم اولیه به صورت زیر نوشته می شود:

$$A_{\alpha\beta} = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* U_{\beta i} e^{i\phi_i(x,t)}$$

□ در نتیجه احتمال به صورت زیر نوشته می شود:

$$P_{\alpha\beta} = \sum_{i,j=1}^3 U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{i\Delta\phi_{ij}(x,t)}$$

□ پس در نوسان نوترینو تداخل بین ویژه حالت های جرم مختلف رخ می دهد.

□ لازم به ذکر است که اگر میزان عدم قطعیت انرژی و تکانه در آشکارساز به گونه ای باشد که جرم نوترینو تشخیص داده شود، طبیعی است هیچ گونه تداخلی دیده نمی شود.

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* e^{i\phi_i(x,t)} |\nu_i\rangle$$

کت حالت نوترینو تحول یافته و رسیده به آشکارساز

اگر ویژه حالت جرم در آشکارساز اندازه گیری شود، برای احتمال داریم:

$$P_{\alpha i} = \left| U_{\alpha i}^* e^{i\phi(x,t)} \right|^2 = \left| U_{\alpha i}^* \right|^2$$

□ پس برای آشکار ساز هم باید یک شرطی مشابه چشمه داشته باشیم:

$$\Delta m^2 \leq \sigma_{m^2} = \sqrt{(2E\sigma_E)^2 + (2p\sigma_p)^2},$$

با این تفاوت که عدم قطعیت انرژی و تکانه در این رابطه از جایگزیدگی فرایند آشکارسازی نتیجه می شود.

□ پس برای این که تداخل بین ویژه حالت های جرم رخ بدهد و الگوی نوسان نوترینو دیده شود لازم است نوترینوی تولید شده و آشکار شده یک ترکیب خطی همدوس از ویژه حالت های جرم باشد.

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle, \quad |\nu_\beta\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\beta i}^* |\nu_i\rangle$$

□ برای آن، لازم است شرط زیر هم در چشمه و هم در آشکار ساز برقرار باشد:

$$\Delta m^2 \leq \sigma_{m^2} = \sqrt{(2E\sigma_E)^2 + (2p\sigma_p)^2},$$

□ برای اینکه هر دو شرط را یکی کنیم بهتر است بگویم باید تفاوت جرم نوترینوها از کمینه ی عدم قطعیت های جرم چشمه و آشکار ساز کوچک تر باشد.

□ این بحث اولین بار در مقاله زیر انجام شده است:

B. Kayser, Phys. Rev. D 24, 110 (1981).

□ برای رخ دادن پدیده تداخل بین ویژه حالت های جرم، این دو شرطی که تا کنون بررسی کردیم کافی نیست.

نوترینو باید با جرم نامشخص به آشکارساز برسند، زیرا در غیر این صورت خواهیم داشت:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle,$$

کت نوترینو ایجاد شده در چشمه با طعم مشخص:

$$|\nu_i\rangle = \sum_{\beta=1}^3 U_{\beta i} |\nu_\beta\rangle$$

کت نوترینو رسیده به آشکارساز با جرم مشخص:

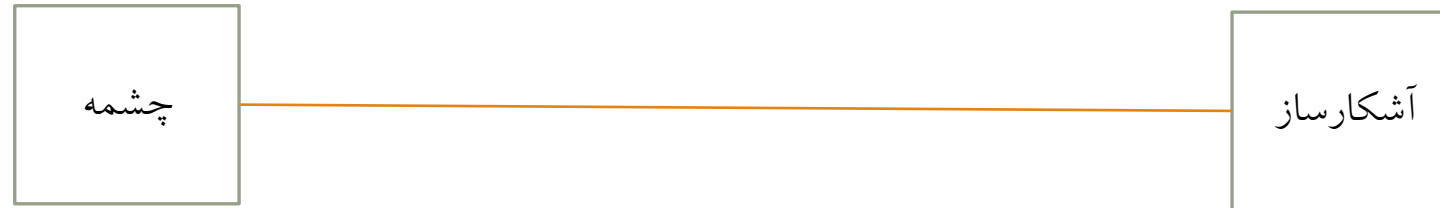
در نتیجه احتمال تبدیل طعم به صورت زیر به دست می آید:

$$P_{\alpha\beta} = |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2$$

□ از آنجایی که سرعت گروه نوترینوهای با جرم مختلف، متفاوت است امکان دارد در صورتی که طول انتشار از

یک حدی بزرگ تر باشد، اتفاق ناخواسته فوق رخ دهد.

□ در فضای مکان، نوترینوها ذرات جایگزیده ای هستند که در فضا منتشر می شوند. در واقع آنها در چشمه تولید می شوند و در آشکاسازهایی واقع در چندین کیلومتر دورتر آشکار می شوند.



□ پس در فضای مکان نوترینوها باید با بسته موج های جایگزیده توصیف شوند. وقتی نوترینوی تولید شده همدوس هستند یعنی این که بسته موج مربوط به ویژه حالت جرم مختلف با هم همپوشانی دارند.

□ چون سرعت گروه نوترینوهای با جرم مختلف متفاوت است و پهنای بسته موج ها محدود است بعد از مدتی همپوشانی بسته موج ها از بین می رود.

$$t_{\text{coh}} \sim \frac{\sigma_x}{\Delta v_g} \quad l_{\text{coh}} = v_g t_{\text{coh}} \sim \frac{v_g \sigma_x}{\Delta v_g}$$

□ با توجه به روابط

$$v_g = \frac{P}{E} \sim 1 \qquad \Delta v_g \simeq \frac{\Delta m^2}{2E^2}$$

شرط همدوسی در حین انتشار را می توان به صورت زیر نوشت: S. Nussinov, Phys. Lett. B 63, 201 (1976).

$$l \ll l_{\text{coh}} \simeq \frac{2E^2}{\Delta m^2} \sigma_x$$

□ اگر واهمدوسی ناشی از جدا شدن بسته موج ها آنقدر کوچک شود که تاخیر در رسیدن در مدت زمانی کوچک تر از عدم قطعیت زمان در آشکارساز جبران شود همچنان الگوی نوسان رخ خواهد داد.

□ این شرط بازسازی همدوسی مادامی برقرار می شود که برای عدم قطعیت مکان در تعریف طول همدوسی داشته

$$\sigma_x = \frac{v_g}{\sigma_E} \qquad \longrightarrow \qquad \sigma_E \ll \frac{2E^2}{\Delta m^2} \frac{1}{l} \qquad \text{باشیم:}$$

عدم قطعیت انرژی کمینه عدم قطعیت در چشمه و آشکارساز است.

K. Kiers, S. Nussinov and N. Weiss, Phys. Rev. D 53, 537 (1996)

□ در مورد آزمایش دوشکافی، به صورت خود به خودی واهمدوسی در حین انتشار رخ نمی دهد. چون فوتون ها یا الکترون ها همه دارای جرم یکسان هستند.

□ در مجموع نوسان نوترینو یا همان تداخل بین ویژه حالت های جرم زمانی رخ می دهد که **تولید، انتشار و آشکارسازی نوترینو به صورت همدوس رخ دهد.**

□ شرط همدوسی در تولید و آشکارسازی را قبلا به صورت زیر مطرح کرد:

$$\Delta m^2 \leq \sigma_{m^2} = \sqrt{(2E\sigma_E)^2 + (2p\sigma_p)^2},$$

□ یک بیان دیگر از آن این گونه است که تفاوت انرژی و تکانه نوترینوها با جرم متفاوت قابل تشخیص نباشد:

$$|\Delta E| \ll \sigma_E, \quad |\Delta p| \ll \sigma_p$$

□ بررسی سازگاری شرط های همدوسی

$$\Delta E \sim \frac{\Delta m^2}{2E} \ll \sigma_E$$

شرط همدوسی در تولید و آشکارسازی

$$\sigma_E \ll \frac{2E^2}{\Delta m^2} \frac{1}{l}$$

شرط همدوسی در انتشار

□ از ترکیب این دو شرط داریم

$$\frac{\Delta m^2}{2E} \ll \sigma_E \ll \frac{2E^2}{\Delta m^2} \frac{1}{l}$$

□ هر چه اختلاف جرم نوترینوها کوچک تر باشد این نامساوی بهتر برقرار خواهد ماند.

□ به علت کوچک بودن اختلاف جرم نوترینوها، برای نوترینوهای استاندارد این شرط به خوبی برآورده می شود.

رهیافت مناسب برای به دست آوردن احتمال نوسان نوترینو چیست؟

- با اغماض از ویژگی های ذکر شده، می توان با استفاده از توصیف موج تخت برای نوترینوها، فرمول معمول نوسان نوترینو را به دست آورد. ولیکن با این روش در حالت کلی نیاز است قیدهای غیر فیزیکی ای مثل مساوی بودن انرژی یا تکانه را اعمال کنیم. از این رو این رهیافت سازگار نیست و ما از بحث بیشتر درباره ی آن خوداری می کنیم.
- در رهیافت دیگری که با شرایط جایگزیدگی نوترینوها سازگار است، ما نوترینوها را با بسته موج توصیف می کنیم. بنابراین کت حالت نوترینو بعد از تحول به صورت زیر نوشته می شود:

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_a U_{\alpha a}^* \int dp \psi_a(p; p_a, \sigma_{pP}) e^{-iE_a(p)t} |\nu_a(p)\rangle ,$$

Giunti, Carlo, and Chung W. Kim. "Coherence of neutrino oscillations in the wave packet approach." *Physical Review D* 58, no. 1 (1998): 017301.

□ تابع موج در فضای تکانه را تابع گائوسی که حول تکانه متوسط جایگزیده است، فرض می کنیم:

$$\psi_a(p; p_a, \sigma_{pP}) = (2\pi\sigma_{pP}^2)^{-1/4} \exp \left[-\frac{(p - p_a)^2}{4\sigma_{pP}^2} \right]$$

□ با استفاده از $E_a(p) \simeq E_a + v_a(p - p_a)$ تابع موج بعد از انتشار در فضای مکان به صورت زیر

نوشته می شود:

$$|\nu_\alpha(x, t)\rangle = (2\pi\sigma_{xP}^2)^{-1/4} \sum_a U_{\alpha a}^* \exp \left[-iE_a t + ip_a x - \frac{(x - v_a t)^2}{4\sigma_{xP}^2} \right] |\nu_a\rangle$$

□ برای نوترینویی که آشکار می شود همین روند را دنبال می کنیم با این تفاوت که برای آن تحول زمانی نداریم:

$$|\nu_\beta(x - L)\rangle = (2\pi\sigma_{xD}^2)^{-1/4} \sum_a U_{\beta a}^* \exp \left[ip_a(x - L) - \frac{(x - L)^2}{4\sigma_{xD}^2} \right] |\nu_a\rangle$$

□ دامنه را به این شکل تشکیل می دهیم:

$$A_{\alpha\beta}(L, T) = \int dx \langle \nu_{\beta}(x - L) | \nu_{\alpha}(x, T) \rangle$$

□ با انجام فرض های زیر

$$\sigma_x^2 \equiv \sigma_{xP}^2 + \sigma_{xD}^2$$

$$E_a \simeq E + \xi \frac{m_a^2}{2E}$$

$$v_a \simeq 1 - \frac{m_a^2}{2E^2}$$

$$P_a \simeq E - (1 - \xi) \frac{m_a^2}{2E}$$

احتمال به صورت زیر نوشته می شود:

$$P_{\alpha\beta}(L, T) \propto \sum_{a,b} U_{\alpha a}^* U_{\beta a} U_{\alpha b} U_{\beta b}^* \exp \left\{ -i \frac{\Delta m_{ab}^2}{2E} [\xi T + (1 - \xi)L] \right\} \\ \times \exp \left\{ -\frac{(L - v_a T)^2 + (L - v_b T)^2}{4\sigma_x^2} \right\}$$

□ چون زمان رسیدن نوترینو به آشکارساز قابل اندازه گیری نیست نسبت به آن انتگرال می گیریم:

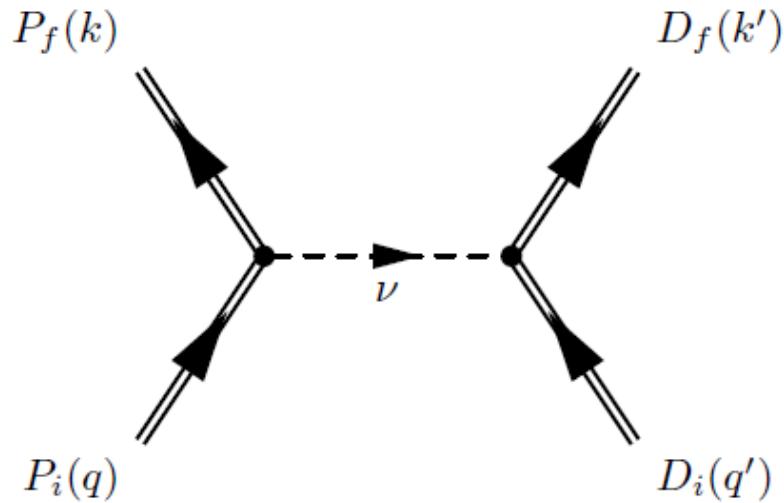
$$P_{\alpha\beta}(L) = \sum_{a,b} U_{\alpha a}^* U_{\beta a} U_{\alpha b} U_{\beta b}^* \exp \left[-2\pi i \frac{x}{L_{ab}^{\text{osc}}} - \left(\frac{x}{L_{ab}^{\text{coh}}} \right)^2 \right] F_{ab}$$

$$L_{ab}^{\text{osc}} = \frac{4\pi E}{\Delta m_{ab}^2} \quad L_{ab}^{\text{coh}} = \frac{4\sqrt{2}\sigma_x E^2}{|\Delta m_{ab}^2|}$$

$$F_{ab} = \exp \left[-2\pi^2 (1 - \xi)^2 \left(\frac{\sigma_x}{L_{ab}^{\text{osc}}} \right)^2 \right]$$

□ ملاحظه می شود به دلیل در نظر گرفتن جزئیات جایگزینی نوترینوها، شرط های همدوسی در نتیجه حاصل وجود دارد.

□ احتمال نوسان نوترینو را در چارچوب نظریه میدان نیز می توان محاسبه کرد:



$$|P_i\rangle = \int [dq] f_{P_i}(\mathbf{q}, \mathbf{Q}) |P_i, \mathbf{q}\rangle$$

$$|D_i\rangle = \int [dq'] f_{D_i}(\mathbf{q}', \mathbf{Q}') |D_i, \mathbf{q}'\rangle$$

$$|P_f\rangle = \int [dk] f_{P_f}(\mathbf{k}, \mathbf{K}) |P_f, \mathbf{k}\rangle$$

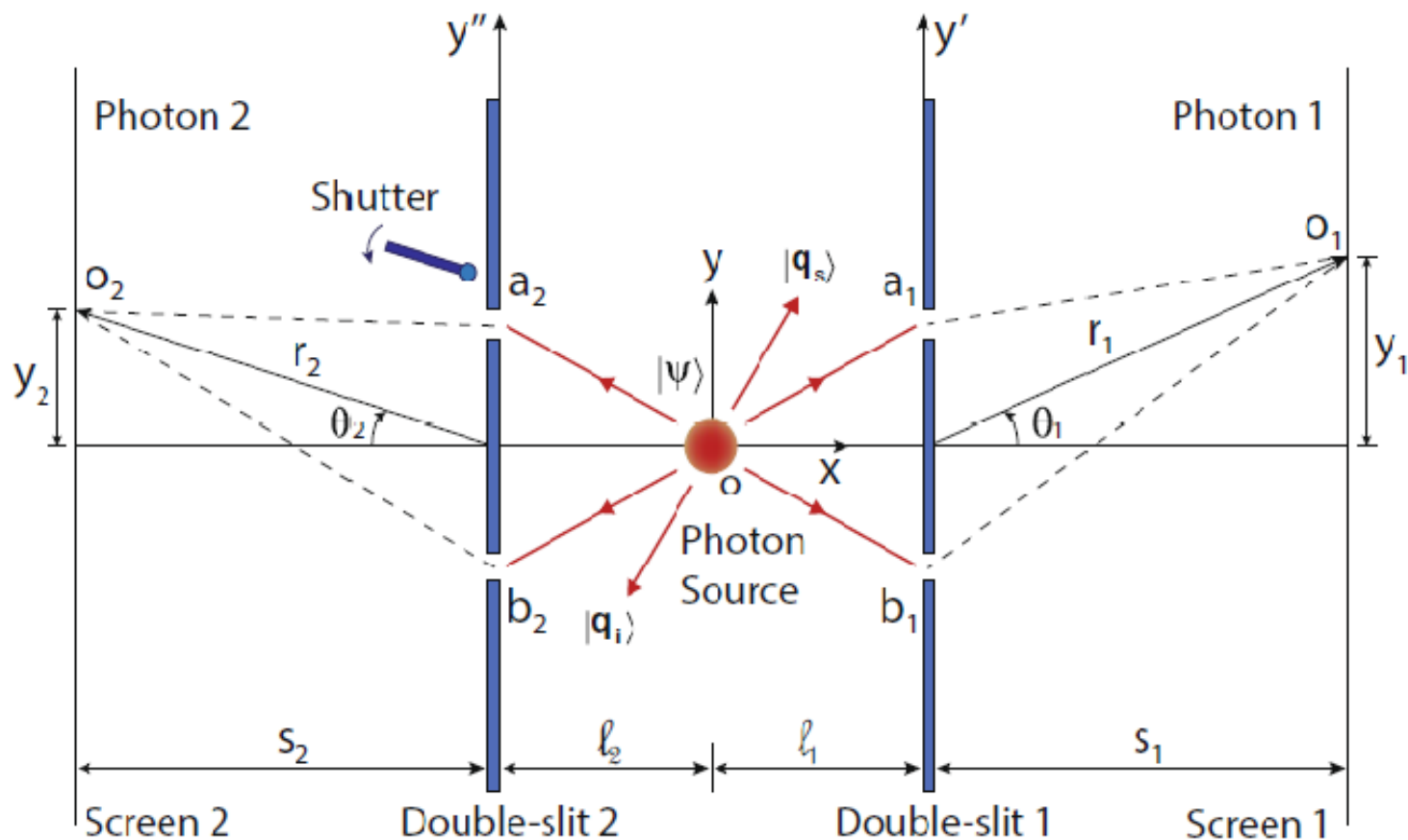
$$|D_f\rangle = \int [dk'] f_{D_f}(\mathbf{k}', \mathbf{K}') |D_f, \mathbf{k}'\rangle$$

□ در این جزئیات جایگزیدگی از طریق ذرات شرکت کننده در برهمکنش های تولید و آشکارسازی نوترینو

وارد محاسبات می شود و نوترینو به صورت یک انتشارگر در محاسبات وارد می شود.

E. K. Akhmedov and J. Kopp, JHEP 1004, 008 (2010)

آزمایش دوشکاف یانگ دوگانه



□ زوج فوتون ها در چشمه به صورت درهمتنیده تولید می شوند.

□ برای این که طرح تداخل دیده شود با هر دو فوتون آشکار شوند.

M. Kaur and M. Singh, Scientific Reports. 2020 Jul 10;10(1):11427.

نوسان نوترینو جریان خشی

□ یک نکته مهم برای مشاهده نوسان نوترینو این است که باید طعم نوترینو در چشمه و آشکارساز مشخص باشد.

$$\mathcal{I}_\beta = \sum_\alpha \mathcal{P}_{\alpha\beta} \mathcal{I}_\alpha \qquad \mathcal{I}_\beta = \mathcal{I}_0 \sum_\alpha \mathcal{P}_{\alpha\beta}$$

□ اما برای نوترینوهای ناشی از جریان خشی، طعم نوترینوها در چشمه مشخص نیست.

$$|\nu_Z\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} |\bar{\nu}_\alpha\rangle |\nu_\alpha\rangle \qquad |\nu_Z\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{i=1,2,3} |\bar{\nu}_i\rangle |\nu_i\rangle$$

□ چون نوترینو و پادنوترینو تولید شده از جریان خشی در هم تنیده اند، در صورتی که تنها یکی از آنها آشکار شود، الگوی نوسان مشاهده نخواهد شد.

$$\rho = \text{tr} \left(\frac{1}{3} \sum_{i,j} |\nu_i\rangle |\bar{\nu}_i\rangle \langle \nu_j| \langle \bar{\nu}_j| \right) = \frac{1}{3} \sum_i |\nu_i\rangle \langle \nu_i|$$

□ اگر هم نوترینو و هم پاد نوترینو آشکار شوند، آنگاه الگوی نوسان بین دو آشکارساز دیده خواهد شد.

A. Yu. Smirnov and G. T. Zatsepin, Mod. Phys. Lett. A7 (1992) 1272

□ کت نوترینو و پادنوترینو تولید شده در جریان خنثی به صورت زیر است:

$$|\nu_Z; \mathbf{x}, t; \bar{\mathbf{x}}, \bar{t}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{i=1}^3 \Psi_i^S(\mathbf{x}, t; \bar{\mathbf{x}}, \bar{t}) |\nu_i\rangle |\bar{\nu}_i\rangle$$

$$\begin{aligned} \Psi_i^S(\mathbf{x}, t; \bar{\mathbf{x}}, \bar{t}) = & \mathcal{N} \int \frac{d^3p}{(\sqrt{2\pi})^3} \int \frac{d^3\bar{p}}{(\sqrt{2\pi})^3} f^S(\mathbf{p}, \mathbf{p}_i) \bar{f}^S(\bar{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}_i) \delta^3(\mathbf{p} - \bar{\mathbf{p}}) \\ & \times \exp[-iE(\mathbf{p})(t - t_P) + i\mathbf{p}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_P) - i\bar{E}(\bar{\mathbf{p}})(\bar{t} - t_P) + i\bar{\mathbf{p}}(\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_P)] \end{aligned}$$

□ اگر محاسبه را مشابه حالت استاندارد جلو ببریم احتمال نوسان به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} P_{\alpha\beta} \propto & \frac{1}{3} \sum_{i,j=1}^3 U_{\alpha i}^* U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\beta i} \\ & \times \exp\left[-2\pi i \frac{(\mathbf{L} + \bar{\mathbf{L}})}{\mathbf{L}_{ij}^{osc}} - \frac{(\mathbf{L} + \bar{\mathbf{L}})^2}{(\mathbf{L}_{ij}^{coh})^2} - \left(\frac{2\pi\sigma_x}{\mathbf{L}_{ij}^{osc}}\right)^2\right] \end{aligned} \quad \begin{aligned} L_{ij}^{osc} & \equiv \frac{4\pi E}{\Delta m_{ij}^2} & L_{ij}^{coh} & \equiv 4\sqrt{2} \frac{E^2}{|\Delta m_{ij}^2|} \sigma_x \end{aligned}$$

M M Ettefaghi and Z Askari Ravari, Phys. Scr. 95, 035301(2020)

نقض نامساوی لگت- گارج با استفاده از نوسان نوترینو

□ به نامساوی لگت-گارج نسخه زمانی نامساوی بل گفته می شود.

□ نامساوی لگت و گارج بر مبنای دو فرض بنیادی بنا نهاده شده است:

➤ برقراری واقع گرایی ماکروسکوپیک

➤ اندازه گیری غیر تهاجمی

□ با طرح اصل واقع گرایی ماکروسکوپیک سعی می شود بین محدوده فیزیک سیستم های ماکروسکوپیک و میکروسکوپیک خط تشخیص ترسیم شود:

مهمترین ویژگی سیستم های ماکروسکوپیک عدم تداخل کوانتومی است. تداخل کوانتومی بر مبنای

برهمنهی همدوس حالت های کوانتومی است. بنابراین اصل واقع گرایی ماکروسکوپیک وجود برهمنهی

همدوس برای سیستم های ماکروسکوپیک را ممنوع می کند.

- اندازه گیری در مکانیک کوانتومی باعث فروکاست شدن حالت های کوانتومی می شود. ولی در فیزیک مارروسکوپیک این چنین نیست. اصل دوم نامساوی لگت-گارج بر این دلالت دارد که اندازه گیری باعث فروکاست نشود.
- می دانیم که چنین شرطی در مکانیک کوانتومی هرگز برقرار نمی شود. پس نقض نامساوی لگت-گارج در مکانیک کوانتومی طبیعی است.
- معمولا هدف از چک کردن نقض نامساوی لگت-گارج، بررسی نقض واقعگرایی است.
- ولیکن با اندازه گیری روی یک آنسامبل از ذرات و وجود شرط مانا بودن می توان شرط غیر تنهاجی را مرتفع کرد. چنین شرایطی برای نوترینوها برقرار است.

□ عملگر دو حالت Q را در نظر بگیرید. ویژه مقادیر آن را با $+1$ و -1 مشخص می کنیم.

□ همبستگی مقادیر اندازه گیری شده در دو زمان متفاوت را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$C_{ij} \equiv \langle \hat{Q}(t_i) \hat{Q}(t_j) \rangle$$

□ پارامتر لگت-گارج را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$K_n \equiv \sum_{i=1}^{n-1} C_{i,i+1} - C_{n,1}$$

□ نامساوی لگت-گارج بیان می کند در صورتی که دو اصل ذکر شده درست باشد باید داشته باشیم:

$$K_n \leq n - 2 \quad n \geq 3$$

□ با استفاده از داده های MINOS این نامساوی برای نوسان نوترینو بررسی شده است:

J.A. Formaggio, D.I. Kaiser, M.M. Murskyj, T.E. Weiss, Phys. Rev. Lett. 117, 050402 (2016).

□ مسئله نوترینوی دو طعمی را در نظر بگیرید عملگر Q را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\hat{Q}|\nu_\mu\rangle = |\nu_\mu\rangle \quad \hat{Q}|\nu_e\rangle = -|\nu_e\rangle$$

□ در حالت دو طعمی هامیلتونی را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} &= \left(p + \frac{m_1^2 + m_2^2}{4p} + \frac{V_C}{2} + V_N \right) \mathbb{1} \\ &+ \frac{1}{2} \begin{pmatrix} V_C - \omega \cos 2\theta & \omega \sin 2\theta \\ \omega \sin 2\theta & \omega \cos 2\theta - V_C \end{pmatrix} \quad \omega \equiv (m_2^2 - m_1^2)/2p \\ &\equiv r_0 \mathbb{1} + \frac{\vec{r} \cdot \vec{\sigma}}{2}, \end{aligned}$$

□ جمله متناسب با یک در نوسان نقشی ندارد. پس فقط جمله دوم در عملگر تحول زمانی در نظر گرفته می شود

و در حدی که از پتانسیل ماده صرف نظر کنیم خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \mathcal{U}(\omega_a; t_i, t_j) &\equiv \mathcal{U}(\psi_{a;ij}) = \exp \left[-i \int_{t_i}^{t_j} \mathcal{H}_{osc}(\omega_a) dt \right] & \psi_{a;ij} &\simeq \frac{\omega_a}{2} (t_j - t_i) = \frac{1}{4E_a} (m_2^2 - m_1^2) (t_j - t_i) \\ &\simeq \cos(\psi_{a;ij}) \mathbb{1} - i \sin(\psi_{a;ij}) (\hat{r}(\omega_a) \cdot \vec{\sigma}), \end{aligned}$$

□ همبستگی زمانی بین دو زمان مختلف به صورت محاسبه می شود:

$$C_{ij}(\omega_a) = 1 - 2 \sin^2 2\theta \sin^2 \psi_{a;ij} \quad \tau = t_j - t_i \quad \psi_{a;ij} = \omega_a \tau / 2$$

□ در نهایت می توان نشان داد که پارامتر لگت-گارج برای این مسئله به صورت زیر در می آید:

$$K_n^Q = (2 - n) + 2 \sum_{a=1}^{n-1} P_{\mu\mu}(\psi_a) - 2P_{\mu\mu} \left(\sum_{a=1}^{n-1} \psi_a \right)$$

که اگر اصول لگت-گارج درست باشد باید:

$$K_n \leq n - 2 \quad n \geq 3$$

□ در آزمایش MINOS فاصله بین چشمه و آشکار و در نتیجه زمان رسیدن ثابت است ولیکن نوترینوها دارای طیف انرژی هستند. از این رو به جای این که همبستگی بین زمان های مختلف حساب کنیم، از معادل آن یعنی همبستگی بین انرژی های مختلف استفاده می کنیم.

□ بین فازها قاعده جمع زیر برقرار است:

$$\sum_{i=1}^{n-1} \psi_{a;i,i+1} = \psi_{a;1n}$$

□ انرژی ها را در محاسبه همبستگی به گونه ای انتخاب می شوند که همچنان قاعده جمع بین فازها برقرار بماند:

$$\psi_a + \psi_b = \psi_c = (\omega_a + \omega_b)\delta L/2 \quad E_c = \frac{E_a E_b}{E_a + E_b}$$

□ آزمایش MINOS نوترینوهای میونی در بازه ی انرژی 0.5 GeV تا 50 GeV در فرمی لب تولید و در فاصله ۷۳۵

کیلومتر آشکار می شود. بازه فازی که با این مقادیر پوشش داده می شود بین 0 و ۲۷۰ درجه است که در این بازه انتظار می رود نامساوی لگت-گارج تا مقدار بیشینه نقض شود.

برای $n=3$ از بین ۸۲ مجموعه سه تایی داده ای که از قاعده جمع طبیعت می کند ۶۴ مورد و برای $n=4$ از

۷۱۵ مجموعه چهارتایی فاز که در قاعده جمع صدق می کند ۵۷۷ مورد نامساوی لگت-گارج را نقض می کنند.

کمی کردن همدوسی کوانتومی در نوسان نوترینو

□ تعریف همدوسی کوانتومی: اگر ماتریس چگالی یک حالت در یک پایه ی قطری باشد، آن حالت ناهمدوس و در غیر این صورت همدوس است. با این تعریف حالت زیر دارای بیشنه همدوسی است:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{d}} \sum_{i=1}^d |i\rangle$$

مثال: ویژه حالت ویژه حالت S_X در پایه ی S_Z همدوس است ولی در پایه ی خودش ناهمدوس است.

□ همدوسی کوانتومی یک منبع کوانتومی است که در چارچوب نظریه منبع کوانتومی می توان آن را کمی کرد.

□ کمیت مختلفی برای کمی کردن همدوسی کوانتومی معرفی شده است که از بین آنها کمیت l_1 - norm طبیعی ترین است:

$$c(\rho) = \sum_{i \neq j} |\rho_{ij}|,$$

□ کمیت $l_1 - \text{norm}$ یکنوا و مثبت است و مقدار بیشینه آن $d-1$ است که d بعد ماتریس چگالی است.

□ در مورد نوسان نوترینو همان گونه که گفته شد، در صورتی دیده می شود که ویژه حالت طعم و جرم یکسان نباشد.

□ از آنجایی که نوترینوها با طعم مشخص در برهمکنش ها شرکت می کنند، ماتریس چگالی در پایه جرم غیر قطری است.

□ هر اندازه گیری ای که باعث شود جرم نوترینو مشخص شود باعث فروکاست کت حالت و در نتیجه قطری شدن ماتریس چگالی می شود. لذا باعث می شود نوسان نوترینو حذف شود.

□ پس نوسان نوترینو تا زمانی دیده می شود که کمیت $l_1 - \text{norm}$ غیر صفر باشد.

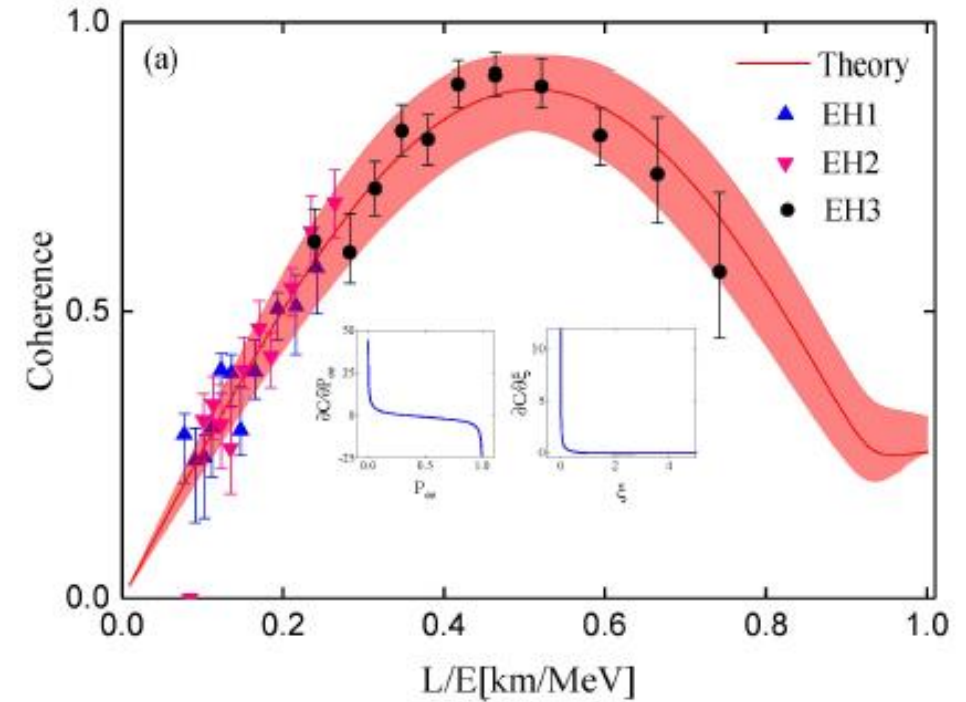
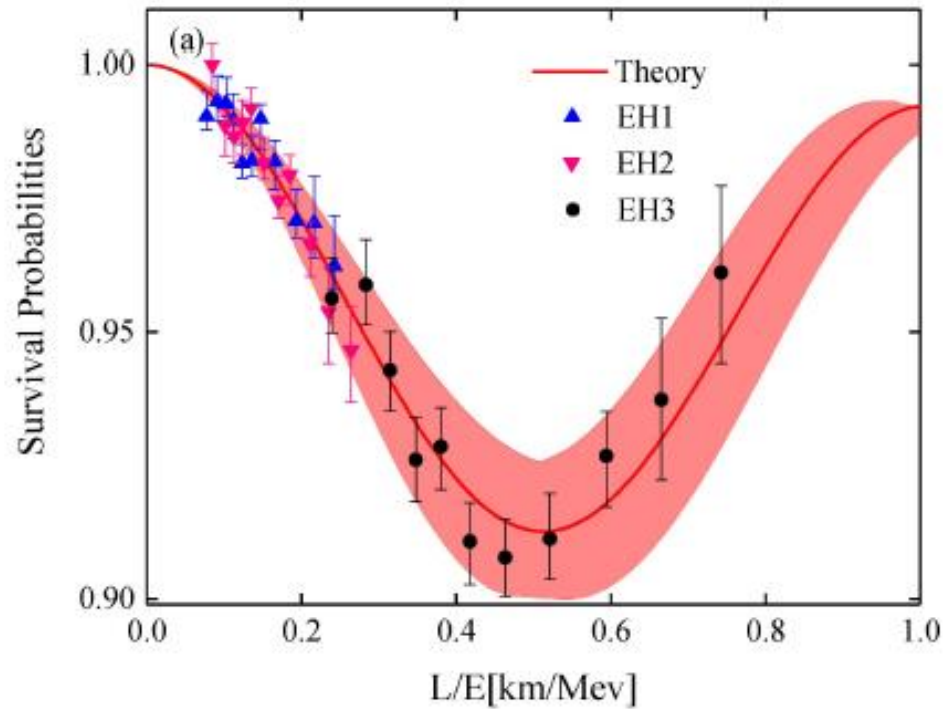
□ ماتریس چگالی و $l_1 - \text{norm}$ نوترینو با در نظر گرفتن هر سه طعم به صورت زیر است:

$$\rho_e^m(t) = \begin{bmatrix} |A_{ee}^m(t)|^2 & A_{ee}^m(t)A_{e\mu}^{m*}(t) & A_{ee}^m(t)A_{e\tau}^{m*}(t) \\ A_{e\mu}^m(t)A_{ee}^{m*}(t) & |A_{e\mu}^m(t)|^2 & A_{e\mu}^m(t)A_{e\tau}^{m*}(t) \\ A_{e\tau}^m(t)A_{ee}^{m*}(t) & A_{e\tau}^m(t)A_{e\mu}^{m*}(t) & |A_{e\tau}^m(t)|^2 \end{bmatrix} \quad c(\rho_e^m) = 2 \left(\sqrt{P_{ee}^m P_{e\mu}^m} + \sqrt{P_{ee}^m P_{e\tau}^m} + \sqrt{P_{e\mu}^m P_{e\tau}^m} \right)$$

$$\rho_\mu^m(t) = \begin{bmatrix} |A_{\mu\mu}^m(t)|^2 & A_{\mu\mu}^m(t)A_{\mu e}^{m*}(t) & A_{\mu\mu}^m(t)A_{\mu\tau}^{m*}(t) \\ A_{\mu e}^m(t)A_{\mu\mu}^{m*}(t) & |A_{\mu e}^m(t)|^2 & A_{\mu e}^m(t)A_{\mu\tau}^{m*}(t) \\ A_{\mu\tau}^m(t)A_{\mu\mu}^{m*}(t) & A_{\mu\tau}^m(t)A_{\mu e}^{m*}(t) & |A_{\mu\tau}^m(t)|^2 \end{bmatrix} \quad c(\rho_\mu^m) = 2 \left(\sqrt{P_{\mu\mu}^m P_{\mu e}^m} + \sqrt{P_{\mu\mu}^m P_{\mu\tau}^m} + \sqrt{P_{\mu e}^m P_{\mu\tau}^m} \right)$$

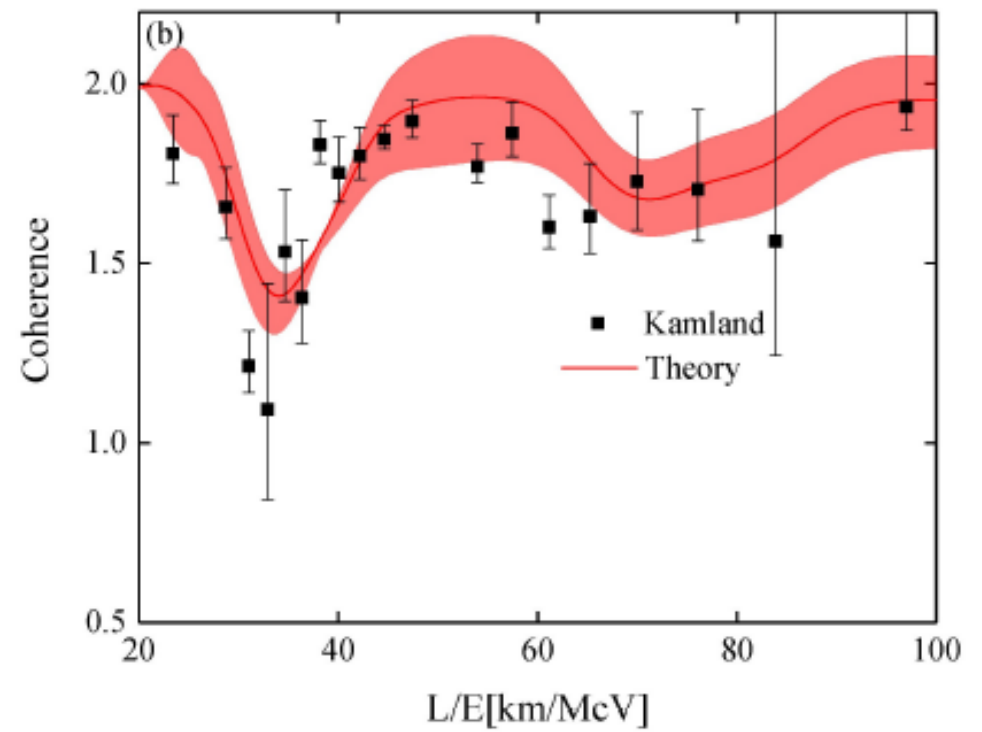
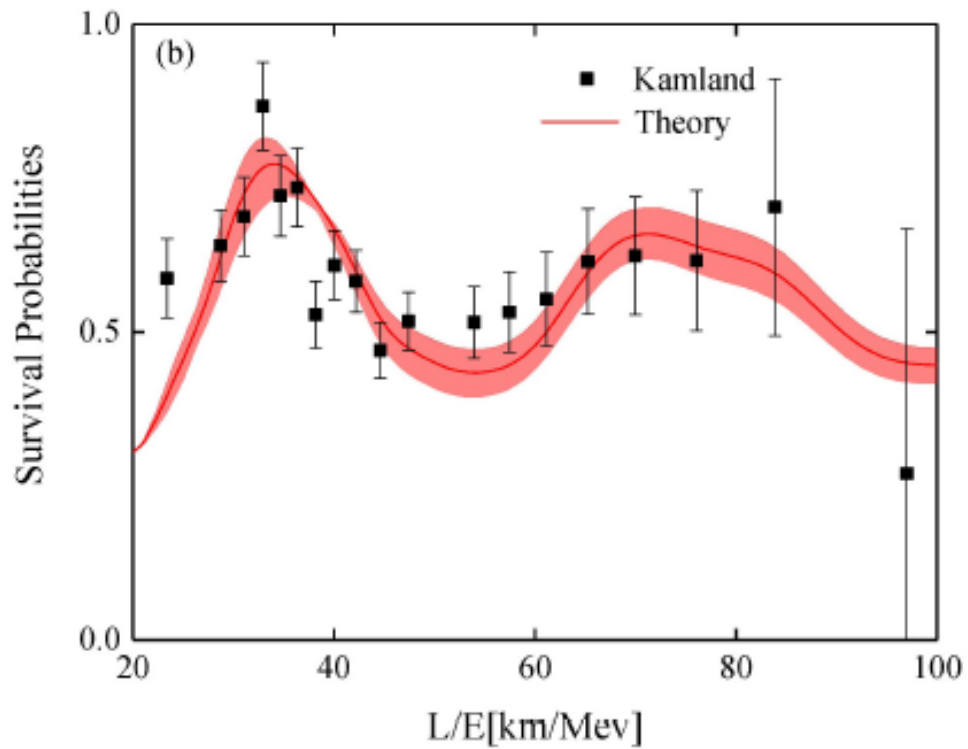
□ تطبیق نظری و تجربی $l_1 - \text{norm}$ در مقاله زیر انجام شده است.

Song, X.K., Huang, Y., Ling, J. and Yung, M.H., 2018. Quantifying quantum coherence in experimentally observed neutrino oscillations. *Physical Review A*, 98(5), p.050302.



آزمایش Daya Bay فاصله چشمه تا آشکارساز 0.5 تا 1.6 کیلو متر

Song, X.K., Huang, Y., Ling, J. and Yung, M.H., 2018. Quantifying quantum coherence in experimentally observed neutrino oscillations. *Physical Review A*, 98(5), p.050302.



آزمایش Kamland فاصله چشمه تا آشکار ساز ۱۸۰ کیلومتر

Song, X.K., Huang, Y., Ling, J. and Yung, M.H., 2018. Quantifying quantum coherence in experimentally observed neutrino oscillations. *Physical Review A*, 98(5), p.050302.

□ ما دو معیار برای همدوسی کوانتومی در نوسان نوترینو معرفی کردیم: نقض نامساوی لگت-گارج و مقدار

l_1 - norm

□ نامساوی لگت-گارج یک معیار کیفی است. یعنی اگر نقض شود یعنی همدوسی کوانتومی وجود دارد ولی عدم نقض آن به معنی عدم همدوسی کوانتومی نیست.

□ l_1 - norm هرچه بیشتر باشد یعنی همدوسی کوانتومی بیشتر است و مقدار صفر آن به معنی عدم وجود همدوسی کوانتومی است.

□ جایی که مقدار همدوسی کوانتومی بیشتر است یعنی احتمال نوسان نوترینو در آن ناحیه بیشتر است.

□ در ادامه ما سعی می کنیم اثر عواملی که باعث کاهش همدوسی کوانتومی می شود را بررسی کنیم. برای این کار اثر گرانش و انتشار در محیط مادی را در نظر می گیریم.

اثر میدان گرانشی بر همدوسی کوانتومی در نوسان نوترینو

□ کت حالت نوترینو بعد از تحول زمانی به صورت زیر نوشته می شود:

$$|\nu_k(t, \vec{x})\rangle = e^{-i\Phi_k} |\nu_k\rangle \quad \Phi_k = E_k(t_B - t_A) - \vec{p}_k \cdot (\vec{x}_B - \vec{x}_A)$$

و با فرض دو نسل نوترینو، احتمال نوسان به صورت زیر است:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = |\langle \nu_\mu | \nu_e(t_B, \vec{x}_B) \rangle|^2 = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Phi_{jk}}{2}\right) \quad \Phi_{jk} = \Phi_j - \Phi_k$$

□ در حضور گرانش فاز نوسان باید در فضا-زمان خمیده محاسبه شود:

$$\Phi_k = \int_A^B p_\mu^{(k)} dx^\mu \quad p_\mu^{(k)} = m_k g_{\mu\nu} \frac{dx^\nu}{ds}$$

متریک را متریک شوارتزشیلد در نظر می گیریم:

$$ds^2 = B(r)dt^2 - B(r)^{-1}dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \quad B(r) = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)$$

□ با توجه به تقارن کروی متریک، محاسبات در راستای شعاع و با زوایای قطبی و سمتی ثابت انجام می دهیم.

□ تحت این شرایط فاز نوسان به صورت زیر در می آید:

$$\Phi_{kj} \simeq \left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L_p}{2E_0^{\text{loc}}(r_B)} \right) \left[1 - GM \left(\frac{1}{L_p} \ln \frac{r_B}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) \right] \quad E_0^{\text{loc}}(r_B) = \left(1 + \frac{GM}{r_B} \right) E_0$$

که در اینجا E_0 انرژی نوترینو بدون جرم نسبت به ناظر بینهایت، r_A مکان چشمه گرانش و r_B مکان آشکارساز را نشان می دهد و L_p طول ویژه است که در تقریب میدان ضعیف به صورت زیر به دست می آید:

$$L_p \simeq r_B - r_A + GM \ln \frac{r_B}{r_A}$$

□ برای بررسی نامساوی لگت-گارج، تابع لگت-گارج سه زمانه را تشکیل می دهیم:

$$K_3 = C(t_1, t_2) + C(t_2, t_3) - C(t_1, t_3)$$

□ در حضور میدان گرانشی شرط مانایی برقرار نیست و بنابراین نمی توان شرط اندازه گیری غیر تهاجمی را برآورد کرد. پس انتظار داریم نقض نامساوی پیش بینی شود.

□ بازه زمانی بین مراحل اندازه گیری ۱ تا ۲ و ۲ تا ۳ را T و ۱ تا ۳ را $2T$ در نظر می گیریم. T زمان ویژه و در حد فرین نسبیتی بودن نوترینو، برابر L_p است.

$$K_3 = C(0, L_p) + C(L_p, 2L_p) - C(0, 2L_p)$$

□ عملگر دو مقداری که همبستگی اش را حساب می کنیم مشابه قبل تعریف می شود:

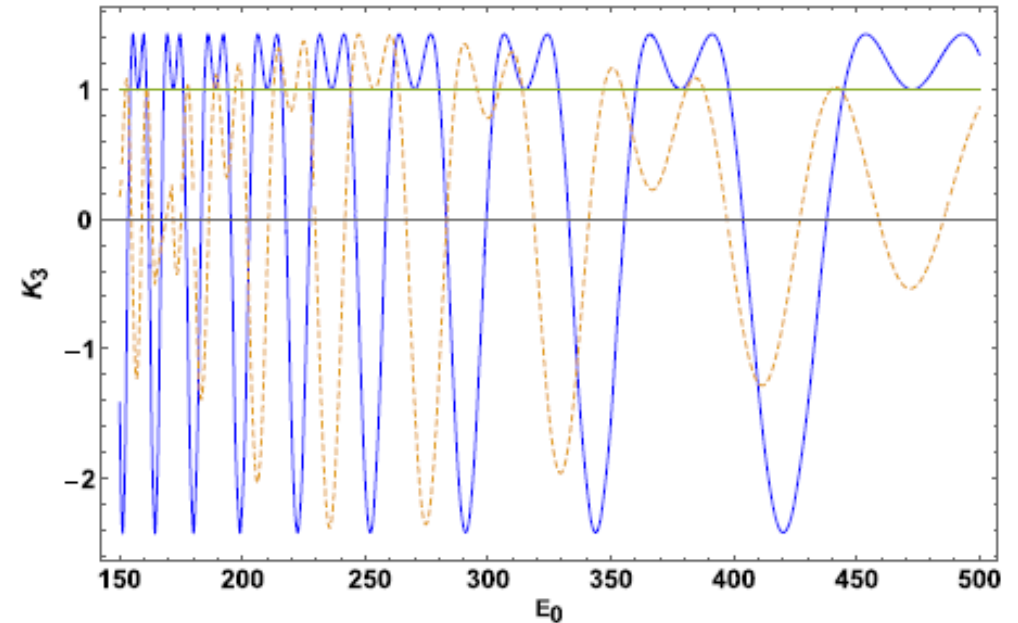
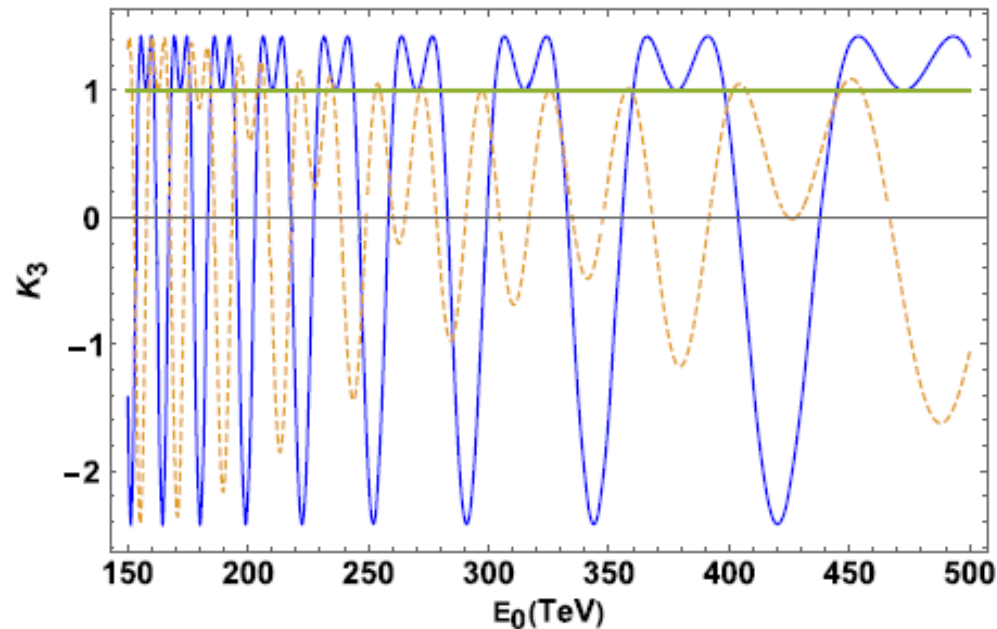
$$\hat{Q} = 2|\nu_\alpha\rangle\langle\nu_\alpha| - 1$$

$$\Delta m_{12}^2 = 7.92 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$$

$$\theta_{12} = 0.59,$$

$$GM = 3 \times 10^7 \text{ Km}$$

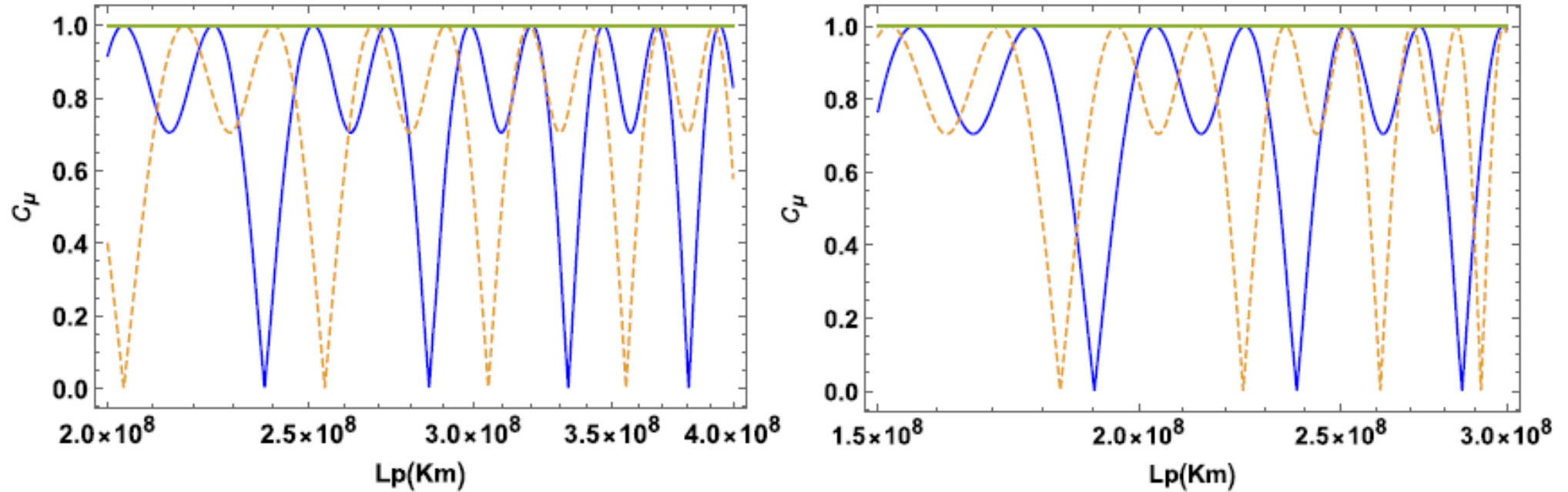
تابع لگت-گارج را برای دو حالت دور شدن از و نزدیک شدن به چشمه ی گرانش را رسم کردیم:



\square نمودار آبی برای فضا-زمان تخت و نمودار نقطه چین برای فضا زمان خمیده است. ملاحظه می شود برای بعضی مقادیر انرژی، گرانش باعث می شود نقض نامساوی لگت-گارج از بین می رود.

$$C_{\mu} = 2(\sqrt{P_{\mu e}(L_p)P_{\mu\mu}(L_p)})$$

□ به طور مشابه رفتار $l_1 - \text{norm}$ را بررسی می کنیم:



□ ملاحظه می شود برعکس نامساوی لگت-گارج، گرانش باعث کم شده $l_1 - \text{norm}$ نمی شود.

Ettefaghi, M.M., Arani, R.R. and Lotfi, Z.T., 2022. Gravitational effects on quantum coherence in neutrino oscillation. *Physical Review D*, 105(9), p.095024.

اثر انتشار ماده بر روی همدوسی کوانتومی در نوسان نوترینو

□ با انتشار نوترینو در محیط مادی، نوترینوی الکترونی یک پتانسیل اضافی نسبت به بقیه احساس می کند:

$$i\partial_t |v_\alpha, t\rangle = \frac{1}{2E} \left[U_{\text{PMNS}} \text{diag}(0, \Delta m_{21}^2, \Delta m_{31}^2) U_{\text{PMNS}}^\dagger + \text{diag}(2EV(x), 0, 0) \right] |v_\alpha, t\rangle$$

□ حل این معادله در حالت کلی با سه نسل نوترینو پیچیده است. ما چگالی ماده را ثابت در نظر می گیریم.

□ تحت این شرایط احتمال نوسان نوترینو با رهیافت بسته موج به صورت زیر در می آید:

$$P_{\alpha\beta}^m(\mathbf{L}) \simeq \sum_{i,j} U_{\alpha i}^{m*} U_{\beta i}^m U_{\alpha j}^m U_{\beta j}^{m*} \times \exp \left[-2\pi i \frac{L}{L_{ij}^{\text{osc}}} - \left(\frac{L}{L_{ij}^{\text{coh}}} \right)^2 - 2\pi^2 \rho^2 \left(\frac{\sigma_x}{L_{ij}^{\text{osc}}} \right)^2 \right]$$

$$L_{ij}^{\text{osc}} \equiv \frac{2\pi}{\Delta E_{ij}^m} \quad \Delta E_{ij}^m \equiv E_i^m - E_j^m$$

$$L_{ij}^{\text{coh}} \equiv \frac{2\sqrt{2}\sigma_x}{|\Delta v_{ij}^m|} \quad \Delta v_{ij}^m \equiv v_i^m - v_j^m$$

□ زوایای اختلاط و ویژه مقادیر انرژی به صورت زیر به دست می آید:

$$\theta_{12}^m = \frac{1}{2} \arctan \left[\Delta m_{21}^2 \frac{\sin 2\theta_{12}}{l_2 - l_1} \cos(\theta_{13} - \theta_{13}^m) \right]$$

$$\theta_{13}^m = \frac{1}{2} \arctan \left[\frac{\epsilon \sin 2\theta_{13}}{\epsilon \cos 2\theta_{13} - 2EV} \right]$$

$$E_{1,2}^m = \frac{1}{4E} \left[(l_1 + l_2) \mp \sqrt{(l_1 - l_2)^2 + \Delta m_{21}^4 \sin^2 2\theta_{12} \cos^2(\theta_{13} - \theta_{13}^m)} \right]$$

$$E_3^m = \frac{l_3}{2E}$$

$$l_2 = \Delta m_{21}^2 \cos^2 \theta_{12}$$

$$l_{1,3} = \frac{1}{2} \left[(\Delta m_{31}^2 + 2EV + \Delta m_{21}^2 \sin^2 \theta_{12}) \mp \sqrt{(2EV)^2 + \epsilon^2 - 4EV\epsilon \cos 2\theta_{13}} \right]$$

$$\epsilon = \Delta m_{31}^2 - \Delta m_{21}^2 \sin^2 \theta_{12}$$

□ این روابط در مرجع زیر بدون لحاظ کردن جزئیات جایگزیدگی (رهیافت بسته موج) به دست آمده است. ولیکن ما فرض می کنیم عدم قطعیت تکانه در مقایسه با مقدار آن بسیار کوچک تر است و از آنها در رهیافت بسته موج استفاده می کنیم.

P.B. Denton, H. Minakata, S.J. Parke, J. High Energy Phys. **1606**, 051 (2016)

□ با توجه به روابط زوایای اختلاط، به ازای بعضی مقادیر پتانسیل زاویه اختلاط بیشینه می شود و اصطلاحاً تشدید رخ می دهد.

$$V_1^{\text{res}} = 3.196 \times 10^{-16} eV$$

$$V_2^{\text{res}} = 2.577 \times 10^{-14} eV$$

□ نکته بسیار مهم دیگر این که به ازای بعضی مقادیر از چگالی ماده اختلاف سرعت گروه ویژه حالت های جرم صفر و در نتیجه طول همدوسی بینهایت می شود:

$$L_{ij}^{mcoh} \equiv \frac{2\sqrt{2}\sigma_x}{|\Delta v_{ij}^m|} \quad \Delta v_{ij}^m \equiv v_i^m - v_j^m \quad \Delta v_{ij}^m = \frac{d\Delta E_{ij}^m}{dE}$$

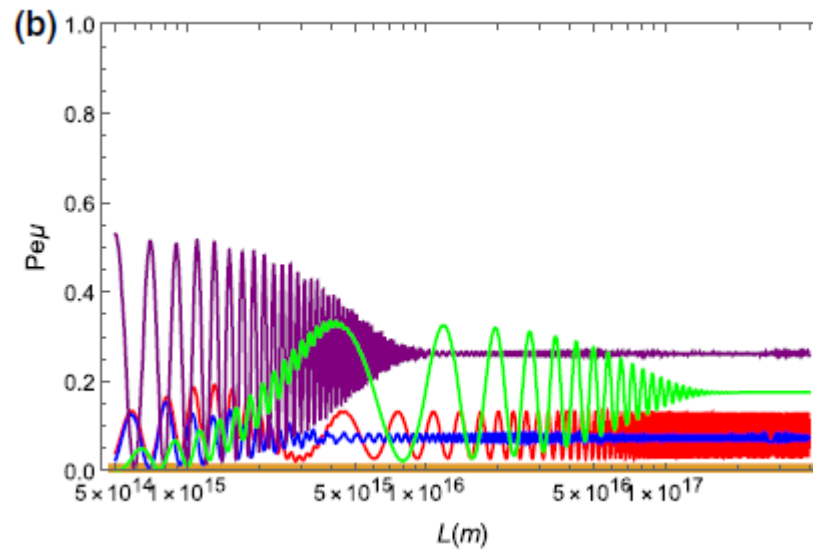
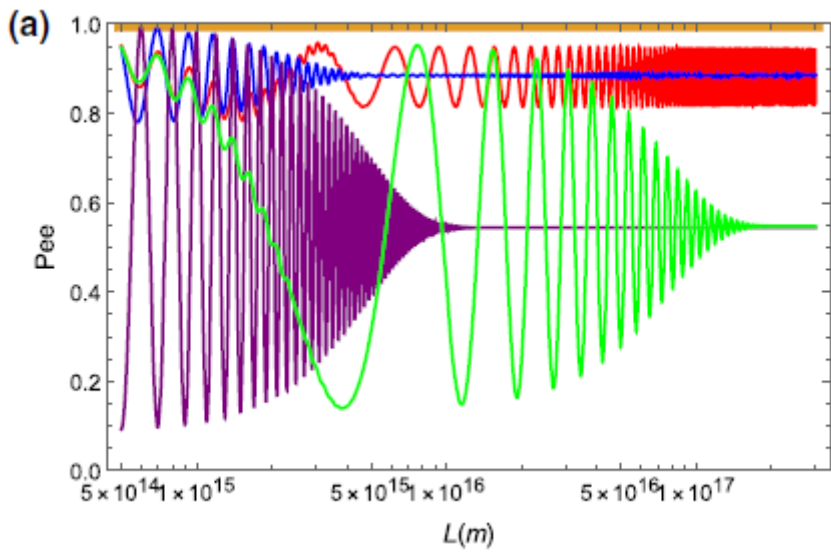
➤ به ازای $V = 2.824 \times 10^{-14} eV$ طول همدوسی L_{32}^{mcoh} بینهایت می شود.

➤ به ازای مقادیر $V = 2.242 \times 10^{-15} eV$ و $V = 1.099 \times 10^{-14} eV$ طول همدوسی L_{21}^{mcoh} بینهایت می شود.

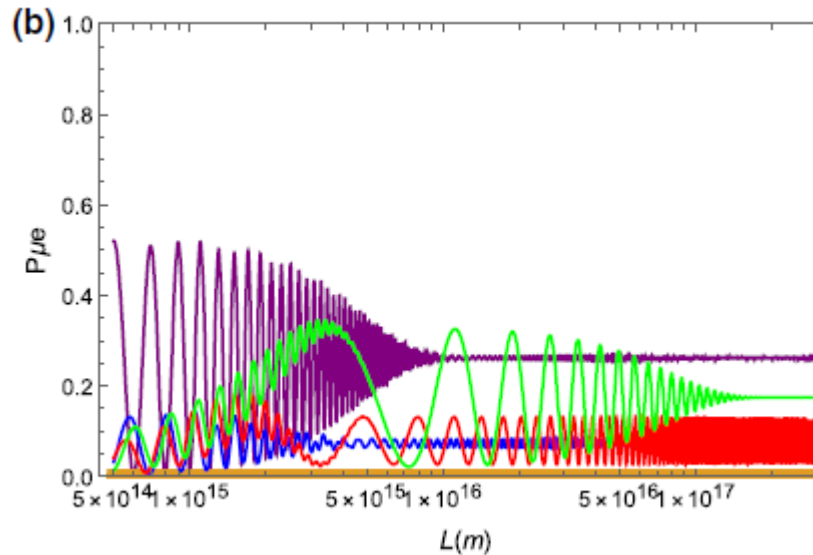
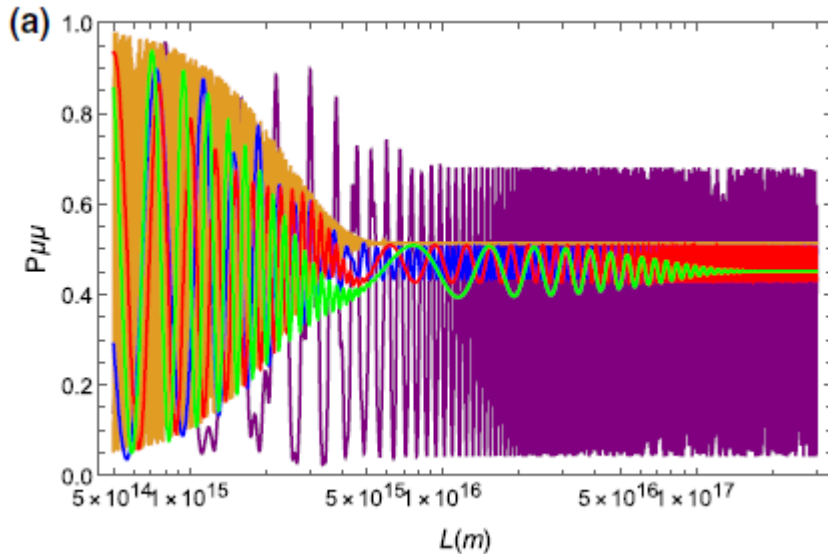
□ برای پارامترهای نوسان نوترینو مقادیر زیر که با نتایج آزمایش های اخیر در توافق است را استفاده می کنیم.

$$\begin{aligned} \Delta m_{21}^2 &= 7.39 \times 10^{-5} eV^2 & \Delta m_{31}^2 &= 2.451 \times 10^{-3} eV^2 & \sigma_x &= 0.5 \times 10^{-9} m \\ \theta_{12} &= 33.82^\circ & \theta_{13} &= 8.61^\circ & \theta_{23} &= 49.7^\circ & \delta &= 217^\circ & E &= 4.5 \times 10^{10} eV \end{aligned}$$

I. Esteban, M.C. Gonzalez-Garcia, A. Hernandez-Cabezudo, M. Maltoni, T. Schwetz, JHEP 01, 106 (2019)

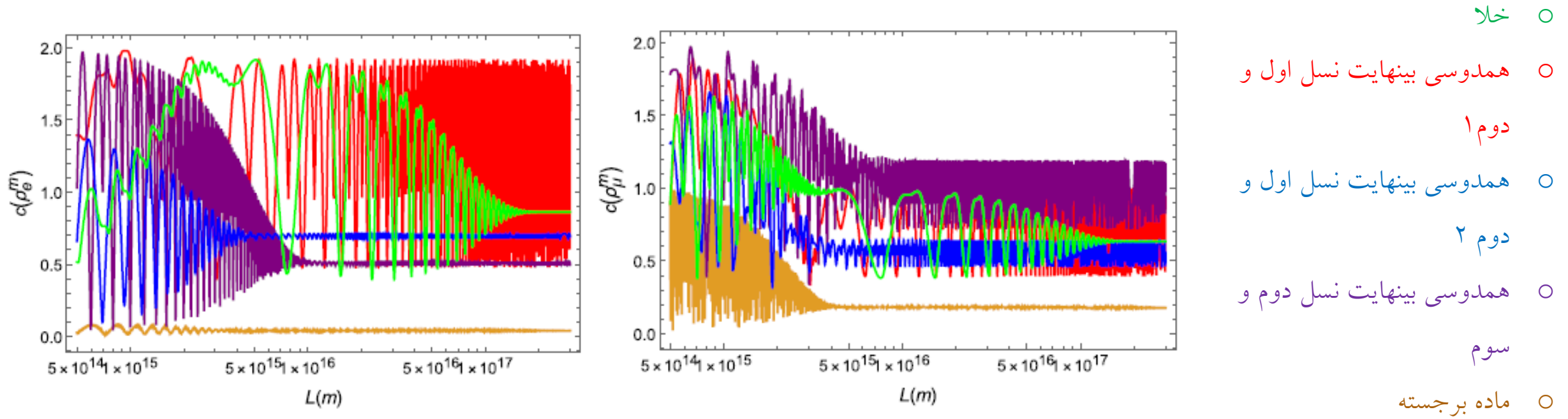


- خلا
- همدوسی بینهایت نسل اول و دوم ۱
- همدوسی بینهایت نسل اول و دوم ۲



- همدوسی بینهایت نسل دوم و سوم
- ماده برجسته

□ باید گذار به نسل سوم را نیز در نظر بگیریم تا جمع احتمال ها به یک بهنجار شود



□ به ازای پتانسیل و فواصلی که نوسان بین هر سه نسل وجود دارد مقدار $l_1 - \text{norm}$ تا مقدار بیشینه یعنی ۲ نوسان می کند و مادامی که نوسان بین دو نسل رخ می دهد مقدار بیشینه ۱ و زمانی هیچ تغییر نسلی صورت نمی گیرد $l_1 - \text{norm}$ صفر می شود.

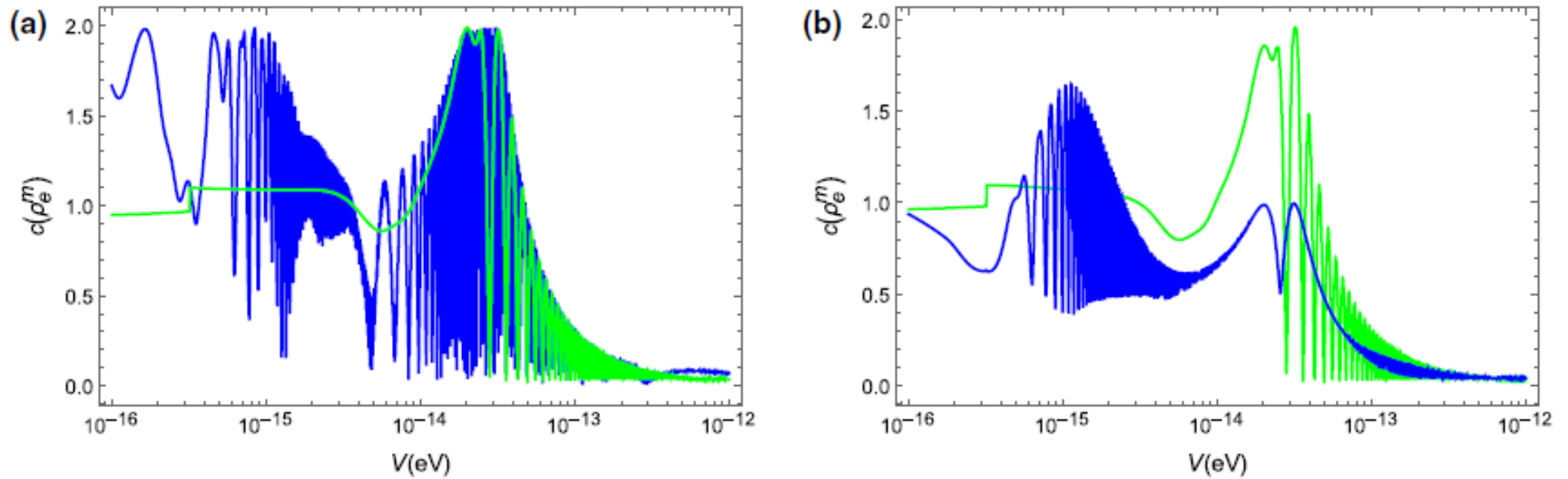


Fig. 4 Plots of $c(\rho_e^m)$ against the potential V obtained by PW (a) and WP (b) approach. We take $L = 10^{15}m$ (green) and $L = 10^{17}m$ (blue)

□ برای طول کوچک تر از طول همدوسی (دیاگرام سبز) نتایج موج تخت و بسته موج یکسان است. ولی برای طول بزرگ تر از طول همدوسی، بیشینه اول معادل تشدید اول در هر دو مورد رخ می دهد ولیکن بیشینه دوم برای بسته موج خفیف رخ می دهد.

Ravari, Z.A., Etefaghi, M.M. and Miraboutalebi, S., 2022. Quantum coherence in neutrino oscillation in matter. *The European Physical Journal Plus*, 137(4), pp.1-10.

همبستگی ها کوانتومی در نوسان نوترینوهای ناشی از جریان خشی

□ همان گونه که گفته شد در این مورد پیش بینی می شود در صورتی که هم نوترینو و هم پاد نوترینو آشکار شوند الگوی نوسان بین دو آشکار ساز قابل مشاهده خواهد بود.

□ شرط آن این است که هم در چشمه نوترینو و پاد نوترینو به صورت همدوس تولید شوند و هم در آشکارسازها به صورت همدوس آشکار شوند.

□ فرض کنید علاوه بر نوترینوهای همدوس نوترینوهای غیر همدوس هم تولید شوند:

$$\rho = \frac{1}{N_l} \sum_{k,k' < N_l} |\nu_k, \bar{\nu}_k\rangle \langle \nu_{k'}, \bar{\nu}_{k'}| + \frac{1}{R_h^P} \sum_{k=N_l+1}^{N_l+N_h} |M_{kk}^P|^2 |\nu_k, \bar{\nu}_k\rangle \langle \nu_k, \bar{\nu}_k|$$

□ در این صورت تحول زمانی آن به صورت زیر خواهد بود:

$$\rho(t, L; \bar{t}, \bar{L}) = \frac{1}{N_l} \sum_{k,k' \leq N_l} e^{-i(E_k - E_{k'})(t + \bar{t}) + i(p_k - p_{k'})(L + \bar{L})} |\nu_k, \bar{\nu}_k\rangle \langle \nu_{k'}, \bar{\nu}_{k'}| + \frac{1}{R_h^P} \sum_{k=N_l+1}^{N_l+N_h} |M_{kk}^P|^2 |\nu_k, \bar{\nu}_k\rangle \langle \nu_k, \bar{\nu}_k|$$

□ برای حالتی فقط نوترینوهای همدوس تولید می شود با در نظر گرفتن جزئیات جایگزینی (رهیافت بسته موج) ماتریس چگالی تحول یافته به صورت زیر در می آید:

$$\rho(x, \bar{x}) \propto \frac{1}{2} \sum_{i,j} \exp \left[-2\pi i \frac{(x + \bar{x})}{L_{ij}^{m\text{osc}}} - \frac{1}{2} \left(\frac{x + \bar{x}}{L_{ij}^{m\text{coh}}} \right)^2 - \left(\frac{2\pi\xi\sigma_x}{L_{ij}^{m\text{osc}}} \right)^2 - \frac{\sigma_x^2}{2} (\xi - 1)^2 [(\delta E_i^m - \delta \bar{E}_i^m)^2 + (\delta E_j^m - \delta \bar{E}_j^m)^2] \right] | \nu_i, \bar{\nu}_i \rangle \langle \nu_j, \bar{\nu}_j |$$

□ نکته دیگر اینکه در خلاء، نیمی از طول انتشار همیوگ CPT نیمه دیگر است. ولی در صورت انتشار در محیط

مادی این تقارن شکسته می شود. جملات خط دوم که در نما ظاهر شده اند به این علت است. البته تاثیر این جملات بسیار کوچک است.

□ چون پتانسیل محیط برای پاد نوترینو منفی نوترینو است، شرط های تشدید و بینهایت شدن طول همدوسی فقط برای نیمه نوترینو اتفاق می افتد.

□ در همتندی هم مشابه همدوسی کوانتومی، یک منبع کوانتومی است که در چارچوب نظریه منبع کوانتومی می توان آن را کمی کرد. یکی از کمیت هایی که در این راستا تعریف می شود کانکارنس است:

$$C(\rho) = \max(\lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4, 0),$$

که λ_i ها ویژه مقادیر ماتریس $\rho\tilde{\rho}$ هستند که $\tilde{\rho}$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$\tilde{\rho} = (\sigma_y \otimes \sigma_y)\rho^*(\sigma_y \otimes \sigma_y)$$

□ به این ترتیب برای کلی ترین حالت دو کیوبیتی

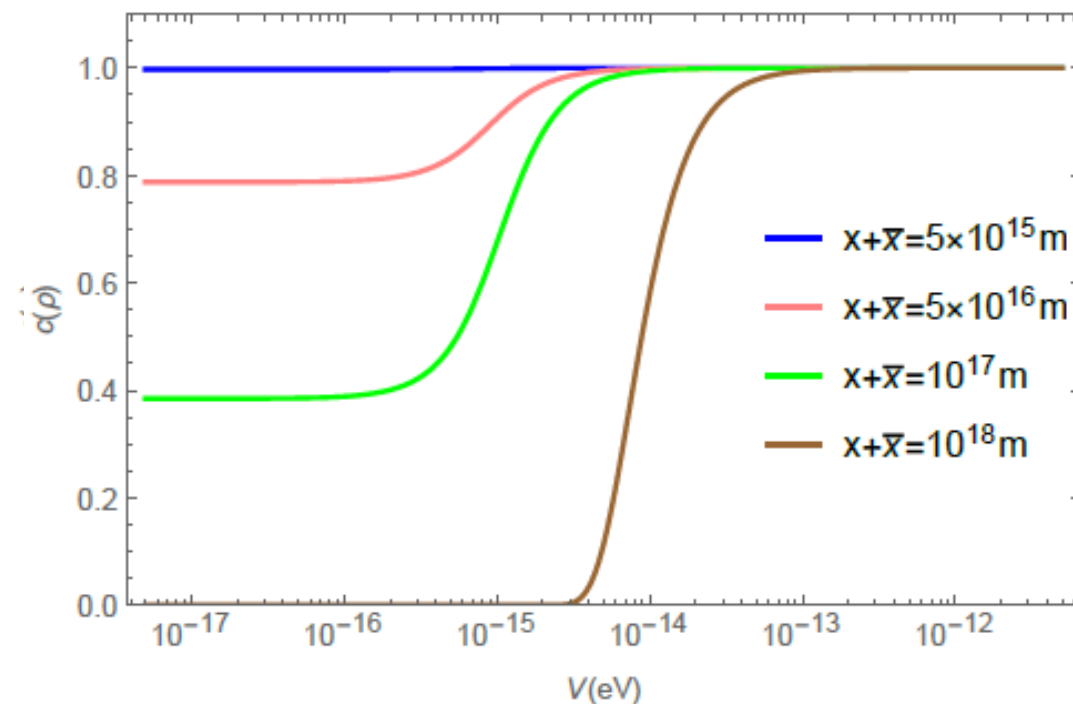
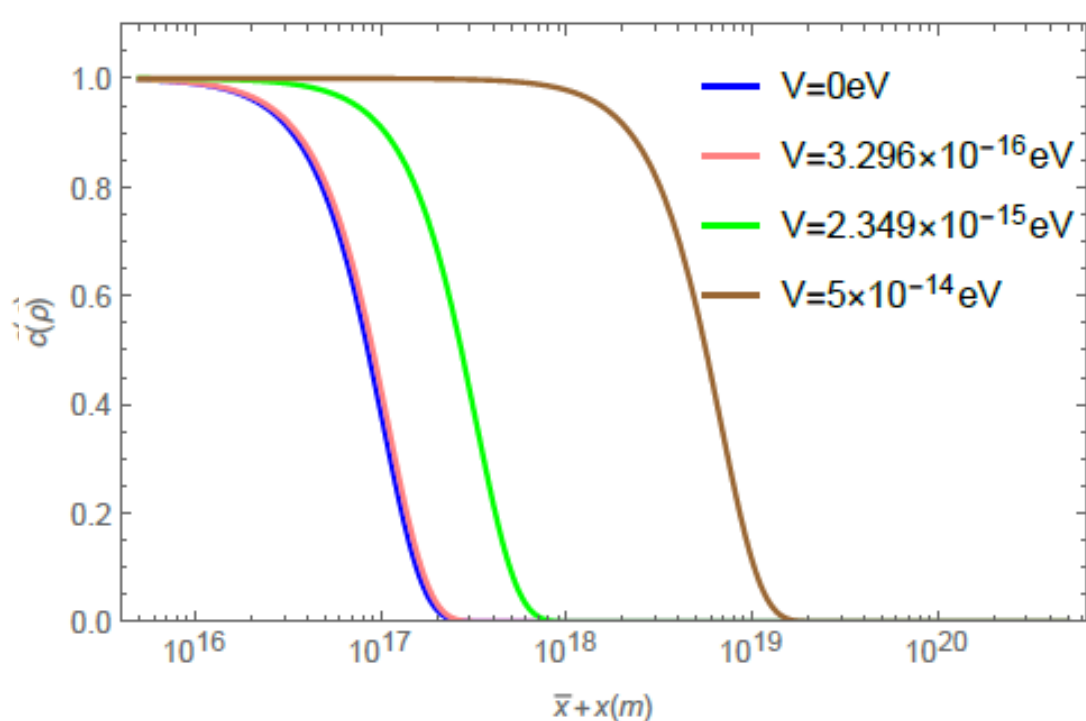
$$|\phi\rangle = \alpha_{00}|0,0\rangle + \alpha_{01}|0,1\rangle + \alpha_{10}|1,0\rangle + \alpha_{11}|1,1\rangle$$

کانکارنس به صورت زیر در می آید:

$$C(\rho) = 2 | \alpha_{00}\alpha_{11} - \alpha_{01}\alpha_{10} |$$

□ طبق این تعرف کانکارس ماتریس چگالی نوترینو و پاد نوترینو منتشر یافته به صورت زیر به دست می آید:

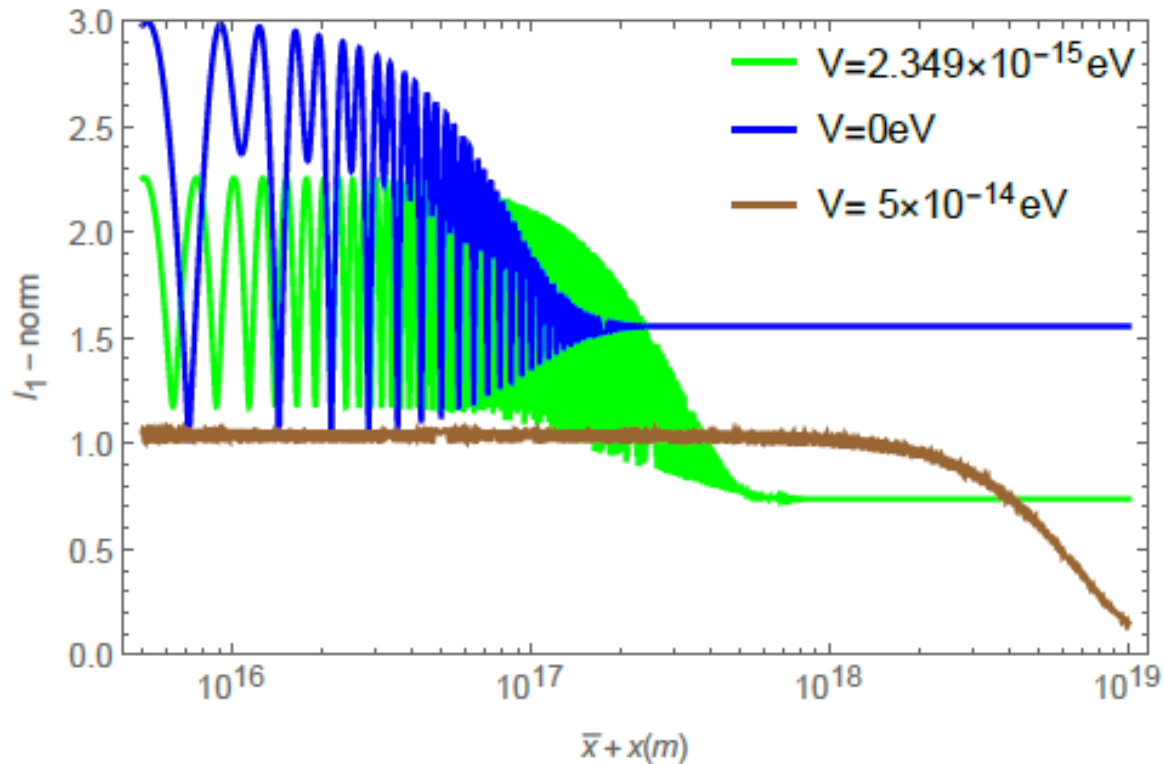
$$C(\rho) = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x + \bar{x}}{L_{12}^{m \text{ coh}}} \right)^2 - \left(\frac{2\pi\xi\sigma_x}{L_{12}^{m \text{ osc}}} \right)^2 - \frac{\sigma_x^2}{2} (\xi - 1)^2 [(\delta E_1^m - \delta \bar{E}_1^m)^2 + (\delta E_2^m - \delta \bar{E}_2^m)^2] \right]$$



□ ملاحظه می شود که بر خلاف انتظار اثر برهمکنش با ماده باعث می شود که کاهش ناشی از جدایی بسته موج ها دیرتر اتفاق بیافتد.

□ برای $l_1 - \text{norm}$ در حالت دو نسل هم داریم:

$$c(\rho) = 2 \left\{ |A_{ee}^m(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}})A_{e\mu}^{m*}(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}})| + |A_{ee}^m(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}})A_{\mu e}^{m*}(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}})| + |A_{ee}^m(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}})A_{\mu\mu}^{m*}(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}})| \right. \\ \left. + |A_{e\mu}^m(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}})A_{\mu e}^{m*}(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}})| + |A_{e\mu}^m(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}})A_{\mu\mu}^{m*}(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}})| + |A_{\mu e}^m(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}})A_{\mu\mu}^{m*}(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}})| \right\}.$$



□ هر چند پتانسیل ماده باعث می شود که کاهشدهی

ناشی از جدایی بسته موج ها دیرتر اتفاق بیافتد

ولیکن مقدار همدوسی کوانتومی بر اثر برهمکنش

با ماده کمتر می شود. این نشان می دهد که با

وجود این که همدوسی انتشار هنوز وجود دارد

ولی همدوسی کوانتومی کاهش یافته است.

M.M. E. and Z. Askaripour, Submitted to EPJC.

سوال

□ قضیه: ماتریس همبستگی را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$T_{mn} = Tr [\rho(\sigma_m \otimes \sigma_n)]$$

اگر ویژه مقادیر ماتریس $T^\dagger T$ را با u_i ($i = 1, 2, 3$) نشان دهیم، پارامتر $M(\rho)$ به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$M(\rho) = \max(u_i + u_j) \quad (i \neq j)$$

نا مساوی CHSH نقض می شود اگر $M(\rho)$ از یک بزرگتر شود.

R. Horodecki, P. Horodecki and M. Horodecki, PhysLett. A 200, 340 (1995).

□ با استفاده از این قضیه نشان داده شده است که نوسان نوترینو قضیه CHSH را نقض می کند.

A. K. Alok, S. Banerjee, and S. U. Sankar, Nucl. Phys. B909, 65 (2016).

□ برای دو نسل نوترینو، اگر فضای هیلبرت را به صورت زیر بسازیم:

$$|\nu_\alpha\rangle \equiv |1\rangle_\alpha \otimes |0\rangle_\beta \equiv |10\rangle, \quad |\nu_\beta\rangle \equiv |0\rangle_\alpha \otimes |1\rangle_\beta \equiv |01\rangle$$

اگر نوترینو در لحظه اولیه در حالت $|\nu_\alpha\rangle$ باشد، بعد گذشت زمان t خواهیم داشت:

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \tilde{U}_{\alpha\alpha}(t) |1\rangle_\alpha \otimes |0\rangle_\beta + \tilde{U}_{\alpha\beta}(t) |0\rangle_\alpha \otimes |1\rangle_\beta$$

$$\tilde{U}_{\alpha\alpha}(t) = \cos^2 \theta e^{-iE_j t} + \sin^2 \theta e^{-iE_k t}$$

$$\tilde{U}_{\alpha\beta}(t) = \sin \theta \cos \theta (e^{-iE_k t} - e^{-iE_j t})$$

در این مسئله پارامتر $M(\rho)$ به صورت زیر به دست می آید:

$$M(\rho) = 1 + \left[3 + \cos 4\theta + 2 \cos \left(\frac{\Delta t}{2E} \right) \sin^2 2\theta \right] \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta t}{4E} \right) = 1 + 4P_{\text{sur}} P_{\text{osc}}$$

□ بنابراین در صورتی که نوسان نوترینو داشته باشیم نامساوی CHSH نقض می شود. به عبارت دیگر

ناموضعی وجود دارد. مفهوم این ناموضعی چیست؟

نتایج

- ✓ نوسان نوترینو یک پدیده تداخل در مکانیک کوانتومی است که شرط رخ دادن آن وجود همدوسی در مرحله تولید، انتشار و آشکارسازی است.
- ✓ با استفاده رهیافت بسته موج، می توانیم یک توصیف دقیق نظری برای نوسان نوترینو در چارچوب مکانیک کوانتومی ارائه دهیم.
- ✓ از نوسان نوترینو می توان برای مطالعه مفاهیم بنیادی در مکانیک کوانتومی استفاده کرد.
- ✓ برای مطالعه همدوسی در مراحل مختلف به عنوان منبع های کوانتومی در نوسان نوترینو، استفاده از کمیت های سنجه ای می تواند معیار کمی دقیق تری برای ما فراهم کند.

با تشکر از توجه شما





□ بار دیگر مقایسه بین آزمایش دوشکافی و نوسان نوترینو:

○ علت تداخل در آزمایش دوشکافی اختلاف فازی است

که در اثر عبور از دو شکاف متمایز ایجاد می شود.

○ شرط رخ دادن تداخل این است که فاصله ی دو شکاف

از همدوسی عرضی کوچک تر باشد.

$$d < \frac{D'\lambda}{\Delta W}$$

□ این شرط ها برای دیدن تداخل کافی نیست:

○ نباید مشخص شود فوتون هایی که به آشکار ساز

می رسند از کدام روزنه عبور کرده اند.

○ علت نوسان نوترینو اختلاف فازی است که به واسطه

غیر تبهگن بودن جرم نوترینوها ایجاد می شود.

○ شرط رخ دادن نوسان نوترینو، جرم نوترینوها باید از

عدم قطعیت جرم کوچک تر باشد.

$$\Delta m^2 \leq \sigma_{m^2} = \sqrt{(2E\sigma_E)^2 + (2p\sigma_p)^2},$$

○ نباید جرم نوترینوها در آشکار ساز تشخیص داده

شود.