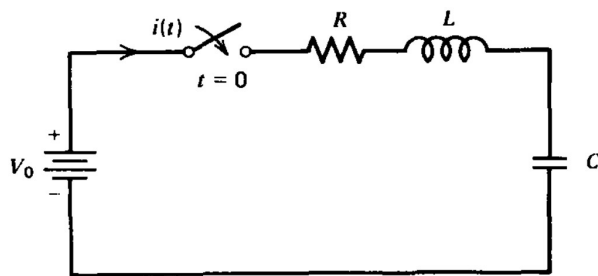


جلسه اول: فصل ۱۳

۱- مدار RLC یک مثال خوب در حل معادلات دیفرانسیل عمومی خطی با ضریب ثابت ارائه می‌دهد. یک ولتاژ پله‌ای V_0 به مدار در $t = 0$ اعمال می‌شود.



(الف) معادله دیفرانسیل جریان را بنویسید.

(ب) یک راه حل نمایی به شکل $i(t) = \hat{I}e^{st}$ را حدس بزنید و فرکانس‌های طبیعی را پیدا کنید.

(ج) شرایط اولیه چیست؟ ولتاژهای ثابت در هر عنصر چقدر است؟

(د) معادله و نمودار زمانی $i(t)$ را برای هر کدام از حالت‌های زیر بدست آورید.

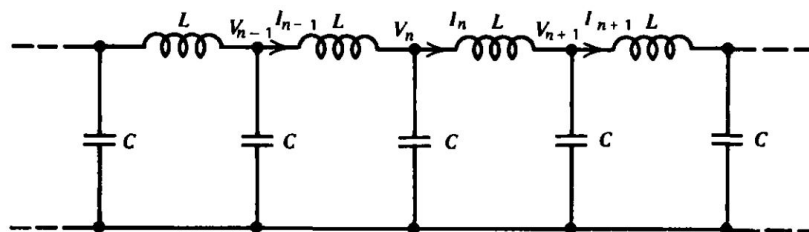
$$\left(\frac{R}{2L}\right)^2 < \frac{1}{LC}, \quad \left(\frac{R}{2L}\right)^2 = \frac{1}{LC}, \quad \left(\frac{R}{2L}\right)^2 > \frac{1}{LC},$$

(ه) ولتاژ هر عنصر چقدر است؟

(و) پس از رسیدن مدار به حالت پایدار، ولتاژ پایانه فوراً اتصال کوتاه می‌شود. جریان اتصال کوتاه چیست؟

۲- طبق شکل، یک سیستم خازن سری توزیع شده را در نظر بگیرید که توسط فرکانس سینوسی ω برانگیخته شده است، به طوری که ولتاژ و جریان در حلقه n به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$i_n = \text{Re}(I_n e^{i\omega t}); \quad v_n = \text{Re}(V_n e^{i\omega t})$$



(الف) با نوشتن قانون ولتاژ کیرشوف برای حلقه n ، نشان دهید که جریان از معادله اختلاف زیر تبعیت می‌کند:

$$I_{n+1} - \left(2 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)I_n + I_{n-1} = 0$$

کمیت ω_0 چیست؟

(ب) حل تابع توانی $I_n = \hat{I}\lambda^n$ معادله اختلاف را برآورده می‌کند. مقادیری λ را پیدا کنید؟

(ج) راه حل کلی برای (الف)، ترکیبی خطی از تمام راه حل‌های ممکن است. نردبان مداری که N گره دارد در حلقه صفر توسط یک منبع جریان $i_0 = \text{Re}(I_0 e^{i\omega t})$ تحریک می‌شود. عبارت کلی جریان i_n و ولتاژ v_n را برای هر حلقه زمانی که آخرین حلقه N باز ($I_N = 0$) یا اتصال کوتاه ($V_N = 0$) باشد را پیدا کنید.

(د) فرکانس‌های طبیعی سیستم زمانی که آخرین حلقه یا باز یا اتصال کوتاه است چیست؟

(نکته: $(1)^{1/(2N)} = e^{2i\pi r/2N}$ ، $r = 1, 2, 3, \dots, 2N$.)

۳- مسئله ۱۲ میلفورد (فصل ۱۳).